

ANA 1 (6.10.2021)

uros.kuzman@fmf.uni-lj.si

KABINET: 5.10 (721)

GOVORILNE: PO DOGOVORU (LAHKO NA DALJAVO)

CELOLETNI PREDMET:

1. KOLOKVIJ: 2. DECEMBER

2. KOLOKVIJ: 21. JANUAR

3. KOLOKVIJ: OKOLI 10. APRILA.

4. KOLOKVIJ: OKOLI 20. MAJA.

POGOD: POVPREČJE 50%.

DODATNE TOČKE: 10 KVIŽOV = 10% (SREDE OB 16h)

OPOMBA: KVIŽI SE PRIŠTEJEJO LE K POZITIVNI OCENI.

NAČELOMA POKRIVAJO DN, KI SE OBJAVLJAJU VSAK TEDEJ.

1. IZPIT: 14. 6.

2. IZPIT: 16. 8.

3. IZPIT: 30. 8.

NUJNO:

PRIJAVI SE V SPLETNO UČILNICO PREDMETA!

① RAČUNSKO IN GRAFIČNO REŠI NEENACBO:

(a) $\sqrt{x^2+1} > 1-2x$

(b) $\frac{3-x}{x+1} > \sqrt{3-2x}$

R: NEENACBO BI ŽELELI KVADRIRATI, A SE MORAMO ZAVEDATI, DA TEŽA NE SMEMO VEDNO

STORITI: NPR. $-3 < 1 / ^2$
 $9 < 1$ NE DRŽI.

LAHKO PA TO NAREDIMO, KADAR STA OBE
STRANI POZITIVNI: NPR. $3 < 5 / ^2$
 $9 < 25$.

KER JE $\sqrt{x^2+1} > 0$ LOČIMO DVA PRIMERA:

(i) DESNA STRAN ≥ 0

(ii) DESNA STRAN < 0

(i) $1-2x \geq 0 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{2} \geq x}$

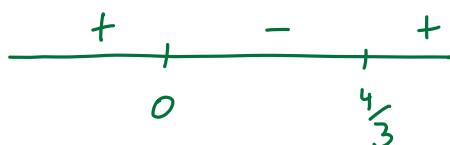
V TEM PRIMERU SMENO KVADRIRATI.

$$\sqrt{x^2+1} > 1-2x \quad |^2$$

$$x^2+1 > 1-4x+4x^2$$

$$0 > 3x^2-4x$$

$$0 > x(3x-4)$$



$$\boxed{0 < x < \frac{4}{3}}$$

KO UPDOSTEVAMO OBA POGOJA, DOBIMO

SKUPNO REŠITEV ZA (i): $\boxed{0 < x \leq \frac{1}{2}}$

(ii) $1-2x < 0 \Rightarrow \boxed{x > \frac{1}{2}}$

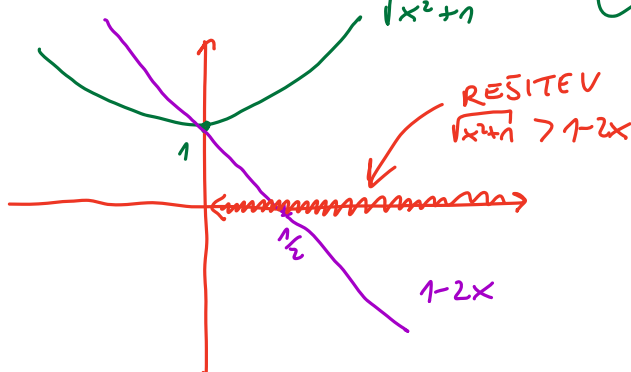
V TEM PRIMERU NEENACBA VSELEJ DRŽI, SAJ

$$\underbrace{\sqrt{x^2+1}}_{\substack{\uparrow \\ \text{POZITIVNO}}} > \underbrace{1-2x}_{\substack{\uparrow \\ \text{NEGATIVNO}}}$$

KONČNI SKLEP: NEENACBA DRŽI ZA

$$\boxed{x > 0}$$

SKICA:



KOMENTAR:

DEJSTVO, DA SE FUNKCIJI
ZA $x < 0$ NE SEKATA
VEČ MI POVESEM 'OČITNO'.
TREBA JE NAJTI ASIMPTOTO
ZA $\sqrt{x^2+1}$. TO IZPUSTIMO

$$(b) \frac{3-x}{x+1} > \sqrt{3-2x}$$

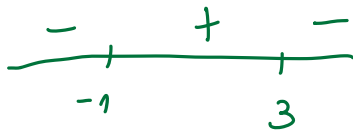
TA NEENACBA IMA NEKAJ TEŽAV Z DEFINIRANOSTJO.

VELJATI MORA: $x \neq -1$ IN $3-2x \geq 0$
 $x \leq \frac{3}{2}$.

KER JE $\sqrt{3-2x} \geq 0$, JE SMISELNO OBRAVNAVATI
 LE PRIMER, KO JE TUDI LEVA STRAN POZITIVNA.

t.j.

$$\frac{3-x}{x+1} \geq 0$$



$$x \in (-1, 3]$$

TAKRAT LAJIKO NEENACBO KVADRIRAMO:

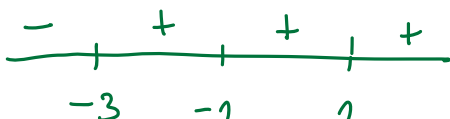
$$\frac{9-6x+x^2}{x^2+2x+1} > 3-2x$$

$$\frac{9-6x+x^2}{x^2+2x+1} - 3 + 2x > 0$$

$$\frac{9-6x+x^2-3x^2-6x-3+2x^3+4x^2+2x}{(x+1)^2} > 0$$

$$\frac{2x^3+2x^2-10x+6}{(x+1)^2} > 0 \quad |:2$$

$$\frac{x^3+x^2-5x+3}{(x+1)^2} = \frac{(x-1)^2(x+3)}{(x+1)^2} > 0$$

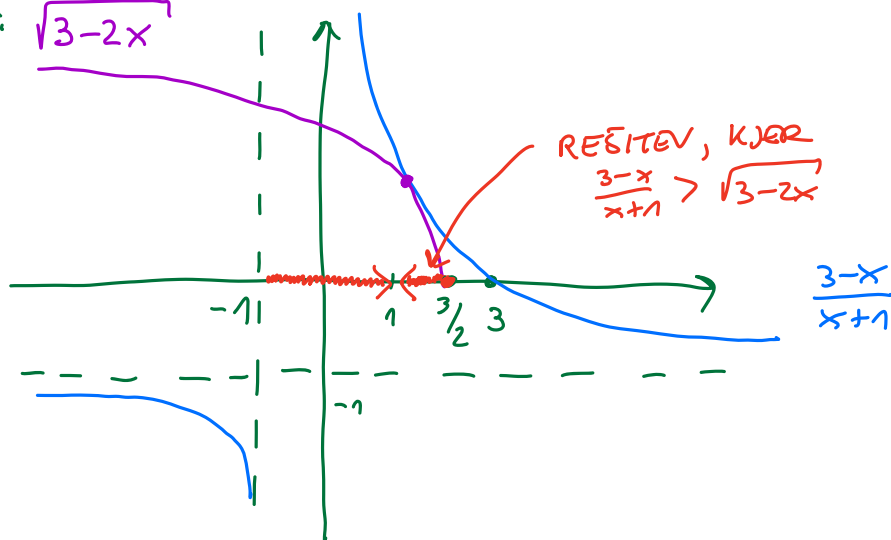


$$x \in (-3, \infty) \setminus \{-1\}$$

KO UPORABIMO VSE POGOJE, DOBIMO REŠITEV:

$$x \in (-1, 1) \cup (1, \frac{3}{2}]$$

GRAFIČNO: $\sqrt{3-2x}$



② REŠI NEENAKBE.

(a) $|x+1| < x+3$

(b) $|x^2 + 4x + 3| < 2$

(c) $|1 - |x-1|| < 1$

R: (a) SPOMNI MO

$$|x| = \begin{cases} x; & x \geq 0 \\ -x; & x < 0 \end{cases}$$

ABS. VREDNOST oz. RAZDALJA DO 0.



LOČIMO DVA PRIMERA:

(i) $x+1 \geq 0$ oz. $x \geq -1$

TEDAJ VELJA:

$$|x+1| = x+1 < x+3$$

$$1 < 3$$

TO JE VEDNO RES.

(ii) $x+1 < 0$ oz. $x < -1$

TEDAJ IMAMO

$$|x+1| = -x-1 < x+3$$

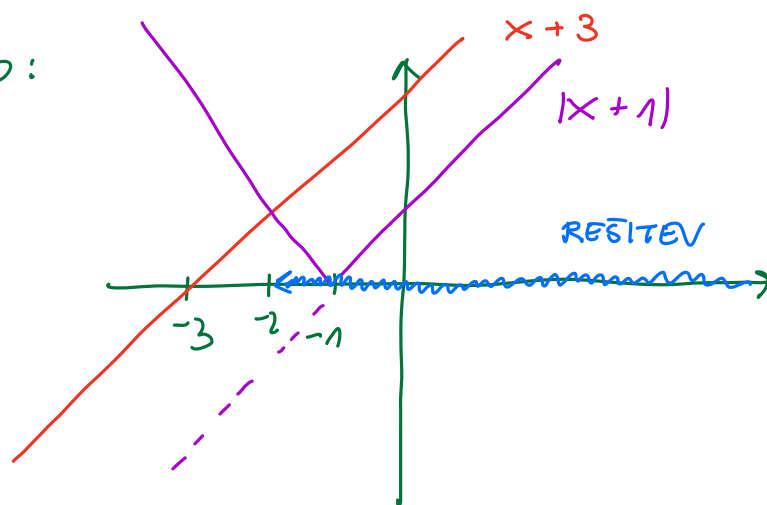
oz. $-2 < x$

$$x \in (-2, -1)$$

SKUPNA REŠITEV JE TOREJ

$$x \in (-2, \infty)$$

GRAFIČNO:



(b) $|x^2 + 4x + 3| = |(x + 1)(x + 3)|$

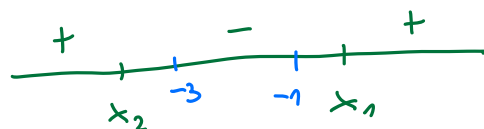
PO RAČUNSKI POTI MORAMO TOREJ OBRAVNAVATI DVE MOŽNOSTI:

(i) $x \leq -3$ ALI $x \geq -1$

$$x^2 + 4x + 3 < 2$$

$$x^2 + 4x + 1 < 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} = -2 \pm \sqrt{3} \approx -3,7 \text{ in } -0,3$$



$$x_2 < x < x_1$$

SKUPNA REŠITEV ZA (i): $x \in (x_2, -3] \cup [-1, x_1)$

(ii) $-3 < x < -1$

$$-x^2 - 4x - 3 < 2$$

$$0 < x^2 + 4x + 3$$

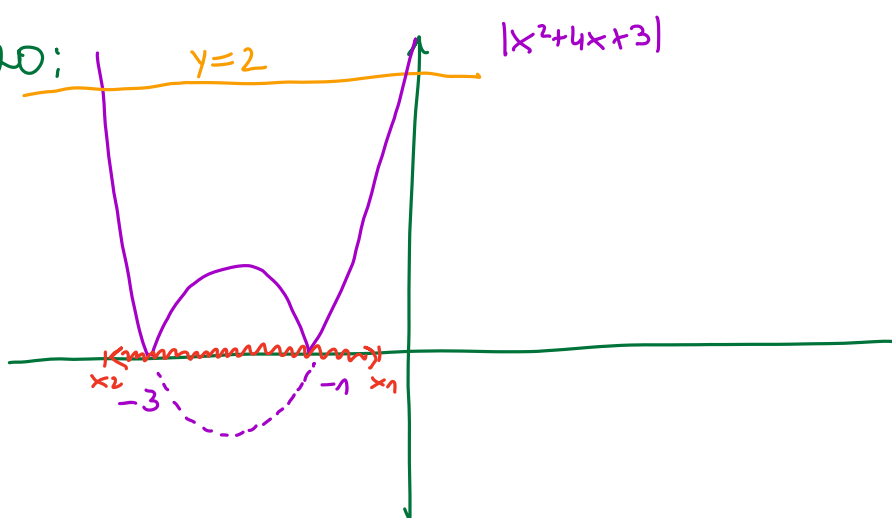
$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2}$$

NI REALNIH REŠENJ, ZATO NEKADBA VEDNO DRŽI.

KONČNA REŠITEV:

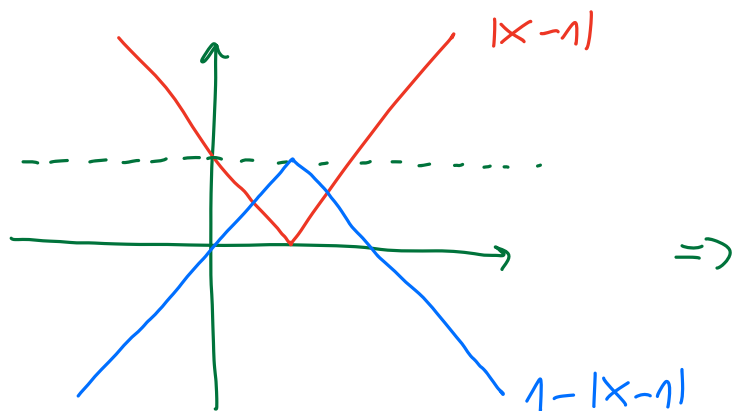
$$x \in (x_2, x_1)$$

GRAFIČO:



$$(c) \quad |1 - |x - 1|| < 1$$

TA PRIMER OBRAVNAVAMO ZGOLJ GRAFIČO.



REŠITEV: $x \in (-1, 1) \cup (1, 3)$

