

Funkcije več spremenljivk

Definicijsko območje in grafi

1. Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti naslednjih funkcij. Definicijsko območje tudi nariši.

(a) $f(x, y) = x^2 - y$

(b) $f(x, y) = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$

(c) $f(x, y) = \sqrt{y^2 - 4x + 8}$

(d) $f(x, y) = \ln(8 - 6x - 2y)$

(e) $f(x, y) = \ln(x + \sqrt{y-2})$

Rešitev:

(a) $D_f = \mathbb{R}^2, Z_f = \mathbb{R}$

(b) $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x \leq y \leq x\}, Z_f = [0, \infty)$

(c) $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq \frac{1}{4}y^2 + 2\}, Z_f = [0, \infty)$

(d) $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y < 4 - 3x\}, Z_f = \mathbb{R}$

(e) $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 2, x + \sqrt{y-2} > 0\}, Z_f = \mathbb{R}$

2. Določi in nariši definicijsko območje naslednjih funkcij.

(a) $f(x, y) = \frac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$

(b) $f(x, y) = \frac{\ln(1-|x|-|y|)}{xy}$

Rešitev:

(a) $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0), y^2 \leq 4x, x^2 + y^2 < 1\}$

(b) $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0, y \neq 0, |x| + |y| < 1\}$

3. Nariši nivojnice naslednjih funkcij.

(a) $f(x, y) = xy$

(b) $f(x, y) = y(1 + x^2)$

(c) $f(x, y) = \frac{xy-1}{x^2}$

4. Nariši grafe naslednjih funkcij

(a) $f(x, y) = 1 - x - y$

(b) $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

(c) $f(x, y) = x^2 + y^2$

(d) $f(x, y) = \frac{1}{x^2+y^2}$

(e) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

5. Določi preseke naslednjih funkcij.

(a) $f(x, y) = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ in $g(x, y) = 1$

(b) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ in $g(x, y) = x$

(c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ in $g(x, y) = x + 1$

(d) $f(x, y) = x^2 + y^2$ in $g(x, y) = x$

Rešitev:

(a) Krožnica na ravnini $z = 1$ s središčem v $(0, 0, 1)$ in polmerom 1.

(b) Poltrak v smeri vektorja $(1, 0, 1)$ in začetkom v $(0, 0, 0)$.

(c) Parabola, podana z enačbama $x = \frac{y^2-1}{2}$, $z = \frac{y^2+1}{2}$.

(d) Elipsa, podana z enačbama $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, $z = x$.