

Naravna števila

Deljivost in praštevila

1. Ali je število

(a) 102 deljivo s 3?

(b) 107 deljivo s 5?

(c) 108 deljivo z 9?

Rešitev: a) da, b) ne, c) da

2. Za števili 102 in 7, določi k in n tako, da bo $102 = 7k + n$.

Rešitev: $k = 14$, $n = 4$

3. Pokaži, da je število $2021^3 - 21^3$ deljivo z 2000.

Rešitev: $2021^3 - 21^3 = 2000 \cdot (2018^2 + 2018 \cdot 18 + 18^2)$

4. Naj bosta m in n naravni števili. Dokaži, da

$$(n+1) \mid ((mn+1)^2 - (m+n)^2).$$

Rešitev: $(mn+1)^2 - (m+n)^2 = (n+1)(n-1)(m+1)(m-1)$

5. Naj bo n naravno število. Dokaži, da število

$$(n+2)(n+3) - (n-2)(n-3)$$

ni praštevilo.

Rešitev: Število $(n+2)(n+3) - (n-2)(n-3) = 10n$ je deljivo z 10.

6. S pomočjo Eratostenevega sita določi vsa praštevila med 1 in 50.

Rešitev: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

7. Poišči vsa praštevila p , za katera je $p^2 - 1$ praštevilo.

Rešitev: $p = 2$

8. Poišči vsa praštevila p in q , za katera je $p^2 - q^2$ je praštevilo.

Rešitev: $p = 3, q = 2$

9. Poišči vsa praštevila p , za katera je $8p^2 + 1$ praštevilo.

Rešitev: $p = 3$

10. S pomočjo razcepa na prafaktorje in/ali Evklidovega algoritma poišči največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik naslednjih parov števil.

(a) 40, 16 (b) 88, 110 (c) 90, 25 (d) 87, 16

Rešitev:

(a) 8, 80 (b) 22, 440 (c) 5, 450 (d) 1, 1392

11. Ali sta števili $7n - 5$ in $3n - 2$ tuji za poljuben $n \in \mathbb{N}$?

Rešitev: Da.