

Logika in izjavni račun

Resničnostne tabele

1. Zapiši resničnostne tabele za naslednje izjavne izraze:

(a) $\neg a \vee b$

(b) $a \Rightarrow b$

(c) $\neg b \Rightarrow \neg a$

(d) $a \wedge (a \wedge b)$

(e) $(\neg a \vee b) \Leftrightarrow (a \Rightarrow b)$

(f) $(a \Rightarrow b) \Rightarrow (b \Rightarrow a)$

2. Poišči kak (enostaven) izjavni izraz, ki je enakovreden izrazu $(a \Rightarrow b) \Rightarrow (b \Rightarrow a)$.

Rešitev: $b \Rightarrow a$ ali $a \vee \neg b$.

3. S pomočjo pravilnostnih tabel pokaži, da so izjave v naslednjih parih enakovredne.

(a) $a \vee b$ in $\neg a \Rightarrow b$.

(b) $a \Rightarrow a \vee b$ in P .

(c) $a \wedge b \Rightarrow \neg b$ in $\neg(a \wedge b)$

Kvantifikatorji

4. Naslednje izjave zapiši v matematični obliki z uporabo logičnih veznikov in kvantifikatorjev, ter jih tudi zanikaj:

(a) Vsi ljudje, ki ne nosijo očal, nosijo kape.

(b) Za vsako bolezen raste rožica na tem svetu, ki jo pozdravi.

(c) Za vsaj eno število a iz množice A velja, da je a^2 v množici B .

(d) Za vsako celo število velja: če je to število deljivo s 6, potem je deljivo tudi z 2 in 3.

(e) Za vsak $x \in \mathbb{R}$ obstaja tak $y \in \mathbb{R}$, da je $x = 2y$.

- (f) Za vsak realen $\varepsilon > 0$ obstaja tako naravno število N , da za vsako naravno število n , ki je večje od N , velja $\frac{1}{n} < \varepsilon$.

5. Z besedami pojasni dane izjave:

- (a) $\exists n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} : n = m^2$
- (b) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : y > x$
- (c) $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : (xy = 0 \Rightarrow x = 0 \vee y = 0)$

Rešitev:

- (a) Neko naravno število je popoln kvadrat.

Metode dokazovanja

6. Direktno dokaži naslednje trditve:

- (a) Število $n^3 - n$ je deljivo s 3 za vsako naravno število n .
- (b) Za vsako naravno število je izraz $n^2 - n + 5$ liho število.
- (c) Naj bosta m in n naravni število. Če je $3m + n$ liho, potem je število $m^2 + n^2$ tudi liho.

7. S protislovjem oz. indirektno (namesto trditve $A \Rightarrow B$ dokaži $\neg B \Rightarrow \neg A$) dokaži naslednje trditve:

- (a) Če je število a rešitev enačbe $a^2 - 7a + 12 = 0$, potem je $a \neq 0$.
- (b) Če je vsota kubov dveh naravnih števil liha, potem je eno od števil liho in drugo sodo.
- (c) $\sqrt{2}$ ni racionalno število.
- (d) Praštevil je neskončno mnogo.