

1. NARAVNA ŠTEVILA

(1) Dokaži, da velja za vsa naravna števila $n \geq 1$:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

(2) Dokaži, da velja za vsa naravna števila $n \geq 1$:

$$\sum_{k=1}^n \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right) = \ln(1+n)$$

(3) Dokaži, da velja za vsa naravna števila $n \geq 1$:

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$$

(4) Dokaži, da velja za vsa naravna števila $n \geq 2$:

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$$

(5) Dokaži, da velja za vsa naravna števila $n \geq 1$:

- $6 \mid n^3 - n$
- $84 \mid 4^{2n} - 3^{2n} - 7$
- $7 \mid 3^{2n+1} + 2^{n-1}$

(6) Dokaži, da velja za vsa naravna števila $n \geq 5$:

$$2^n > n^2.$$

2. REALNA ŠTEVILA

(1) Dokaži, da je koren naravnega števila bodisi naravno bodisi iracionalno število.

(2) Dokaži, da je za vsak $n \geq 1$ število $\sqrt{n^2 + n + 1}$ iracionalno.