

1. REALNA ŠTEVILA

- (1) Naj bo $n \geq 1$ naravno število. Dokaži, da velja $\sqrt{\frac{n}{n+1}} \notin \mathbb{Q}$.
- (2) Premisli, da je med vsakima dvema realnima številoma eno racionalno in eno iracionalno število.
- (3) Če obstajajo, poišči supremum, maksimum, minimum in infimum množic realnih števil.
 - (a) $A = \{1 + \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
 - (b) $B = \{\frac{n-\sqrt{n}}{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$
 - (c) $C = \{x \in (0, 1) \mid x \text{ ima v decimalnem zapisu vsaj eno enico}\}$.
 - (d) $D = \{\frac{1}{1+e^{tx}} \mid x \geq 0\}, t \in \mathbb{R}$.
- (4) Naj bosta A in B množici realnih števil. Njuno vsoto definiramo kot:

$$A + B := \{a + b \mid a \in A, b \in B\},$$

razliko pa kot

$$A - B := \{a - b \mid a \in A, b \in B\}.$$

Dokaži:

- (a) $\inf A + B = \inf A + \inf B$.
- (b) $\inf A - B = \inf A - \sup B$.
- (5) Poišči množico rešitev neenačbe $|x + 2x + 4| \geq 2$.

2. KOMPLEKSNA ŠTEVILA

- (1) Nariši kompleksne množice v ravnini:
 - (a) $A = \{z \in \mathbb{C} \mid z = \overline{-iz}\}$
 - (b) $B = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 3| < 4\}$
 - (c) $C = \{z \in \mathbb{C} \mid \frac{\pi}{4} < \arg(z) \leq 2\pi, 3 < |z| \leq 5\}$.
 - (d) $D = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1| + |z + 5| \geq 10\}$
- (2) Naj bo $z \in \mathbb{C}, |z| = 1, z \neq 1$. Dokaži, da je $i\frac{z+1}{z-1} \in \mathbb{R}$.
- (3) Reši kompleksno enačbo.
 - (a) $z^3 = 3 - i\sqrt{3}$
 - (b) $z^3 + 3z^2 + 3z + i = 0$
 - (c) $z^n = \bar{z}, n \geq 1$
- (4) Naj bo ω n -ti primitivni koren enote za $n > 1$. Dokaži, da velja

$$1 + \omega + \dots + \omega^{n-1} = 0$$