

2 Matrike

Naloga 2.1. Dane naj bodo matrike

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -6 & -4 & -2 \\ -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -5 \\ -2 & 6 & -4 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte $A + B$, $A - B$, $3A$ in $-A + 2B - \frac{1}{2}C$.

Naloga 2.2. Za naslednje pare matrik izračunajte njihov zmnožek v obeh vrstnih redih, če se da.

(a) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} -6 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -5 & -2 \\ 0 & -3 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -6 & -2 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -9 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ -5 \end{bmatrix}, [3 \quad -2 \quad -1]$

(f) $\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c & -d \\ d & c \end{bmatrix}$

Naloga 2.3. Izračunajte inverz matrike $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$ po definiciji inverza. Nato to naredite še za splošno 2×2 -matriko.

Naloga 2.4. Izračunajte naslednje determinante.

(a) $\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} 1 & \frac{4}{5} \\ -\frac{3}{4} & -2 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix}$

(d) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 4 & -5 & -4 \\ -1 & -4 & -2 \end{vmatrix}$

Naloga 2.5. Za naslednje matrike ugotovite, ali so obrnljive. Obrnljivim poiščite inverze.

(a) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 3 & -4 & -2 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

$$(c) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 5 & 3 & 4 \\ -2 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

Naloga 2.6. Za katera realna števila x sta matriki $\begin{bmatrix} -6 & x \\ x-5 & -1 \end{bmatrix}$ oz. $\begin{bmatrix} x+1 & 4 \\ -1 & x-2 \end{bmatrix}$ obrnljivi?

Naloga 2.7. Poiščite vse realne rešitve naslednjih sistemov linearnih enačb.

$$(a) \begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 3x + 7y = 2 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - 5y = 10 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x - 2y = 0 \\ -2x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x - 2y = -1 \\ -2x + 4y = 2 \end{cases}$$

Naloga 2.8. Obravnavajte sistema v odvisnosti od realnih parametrov a, b :

$$(a) \begin{cases} ax + 3y = 3 \\ x - y = 7 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} ax - 9y = 6 \\ 10x - by = 10 \end{cases}$$

Naloga 2.9. Poiščite vse realne rešitve naslednjih sistemov linearnih enačb.

$$(a) \begin{cases} 2x - 3y + z = -1 \\ x + y + z = 6 \\ 3x + y - 2z = -1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 3x - y + 3z = 4 \\ 6x - 2y + 6z = 1 \\ 5x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ 3x - 5y + 5z = 3 \\ 5x - 8y + 6z = 5 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x + 2y + 3z - 4w = 11 \\ 2x + y + 5z + w = 3 \\ 3x + 2y + z + 2w = -1 \\ x + y + 5z + w = 5 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} x + 2y + z + w = 1 \\ 2x + y + z + 2w = 2 \\ x - y + w = 1 \\ 3y + z = 0 \end{cases}$$

Naloga 2.10. Obravnavajte sistem v odvisnosti od realnega parametra a :

$$\begin{cases} 2x - y + z + w = 1 \\ x + 2y - z + 4w = 2 \\ x + 7y - 4z + 11w = a \end{cases}$$

Naloga 2.11. Rešite naslednji matrični enačbi.

(a) $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} \cdot X + X \cdot \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 2 & -16 \end{bmatrix}$

(b) $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 12 \\ -15 & 18 \end{bmatrix}$