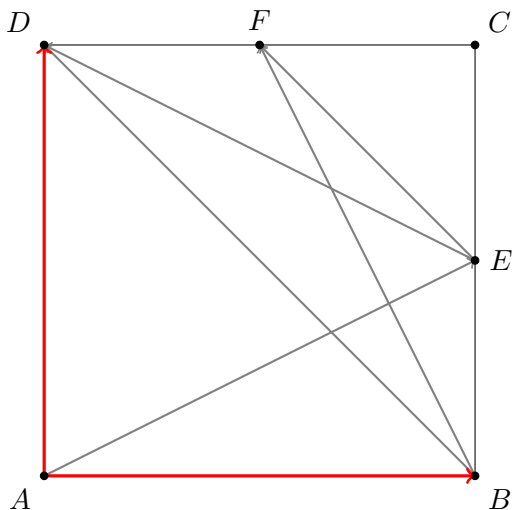


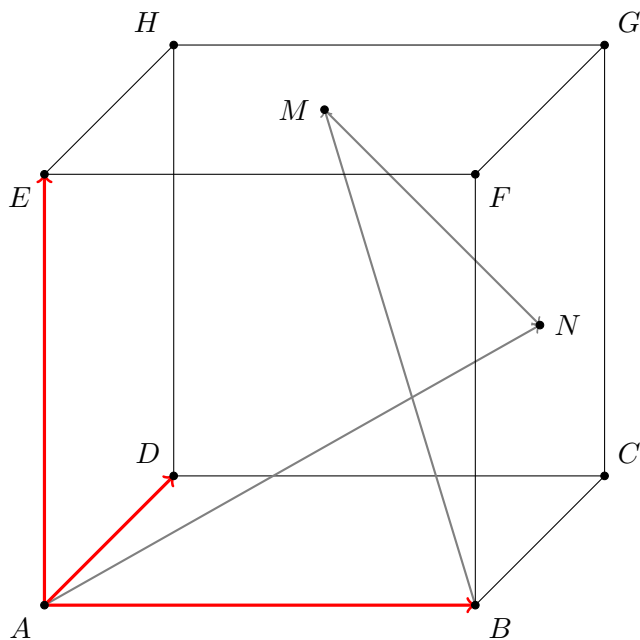
3 Analitična geometrija

Naloga 3.1.

- (a) Naj bodo A, B, C, D oglišča kvadrata. Naj bo E razpolovišče stranice BC in F razpolovišče stranice CD . Z vektorjema $\vec{AB}$ in $\vec{AD}$ izrazite vektorje $\vec{AE}$, $\vec{ED}$, $\vec{BD}$, $\vec{BF}$, $\vec{EF}$.



- (b) Naj bodo A, B, C, D, E, F, G, H oglišča kocke. Naj bo M središče stranske ploskve $EFGH$ in N središče stranske ploskve $BCFG$. Z vektorji $\vec{AB}$, $\vec{AD}$ in $\vec{AE}$ izrazite vektorje $\vec{AN}$, $\vec{MN}$, $\vec{BM}$.



Naloga 3.2. V trikotniku ABC je točka F razpolovišče stranice BC , točka E pa deli stranico AC v razmerju $AE : EC = 1 : 2$. Točka S je presečišče daljic AF in BE . Določite razmerje $AS : SF$.

Naloga 3.3. Izračunajte $5\vec{a} - 3\vec{b}$, $|\vec{b}|$ in $\vec{a} \cdot \vec{b}$ za $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ in $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$.

Naloga 3.4. Izračunajte kot med vektorjema $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ in $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$.

Naloga 3.5. Za katera realna števila x sta vektorja $\begin{bmatrix} 3-x \\ 3 \\ x \end{bmatrix}$ in $\begin{bmatrix} x+1 \\ -x \\ -1 \end{bmatrix}$ pravokotna?

Naloga 3.6. Naj bosta $\vec{a}$ in $\vec{b}$ enotska vektorja, za katera velja, da sta vektorja $\vec{a} + 2\vec{b}$ in $5\vec{a} - 4\vec{b}$ pravokotna. Določite kot med $\vec{a}$ in $\vec{b}$.

Naloga 3.7. Kolikšen je kot med stranico in telesno diagonalo kocke?

Naloga 3.8. V trikotniku ABC je $|\vec{AB}| = 2$, $|\vec{AC}| = 3$, kot med vektorjema $\vec{AB}$ in $\vec{AC}$ pa meri $\frac{\pi}{3}$. Izrazite težiščnico na stranico BC z vektorjema $\vec{AB}$ in $\vec{AC}$ ter izračunajte njeno dolžino. Kolikšen je kot med omenjeno težiščnico in stranico AC ?

Naloga 3.9. Izračunajte ploščino paralelogramov, določenih z naslednjimi vektorji.

$$(a) \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Naloga 3.10. Izračunajte ploščino trikotnika z oglišči $A(1, -5, -4)$, $B(-6, 1, 6)$, $C(-7, 3, 8)$.

Naloga 3.11. Izračunajte $|\vec{a} \times \vec{b}|$, če velja $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 5$ in $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.

Naloga 3.12. Izračunajte mešani produkt vektorjev $\begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix}$.

Naloga 3.13. Točke $A(3, -2, 1)$, $B(1, -3, 2)$, $C(-7, -1, 0)$, $D(3, 1, 9)$ so oglišča tristrane piramide. Izračunajte prostornino te piramide. Izračunajte višino piramide na osnovno ploskev ABC .

Naloga 3.14.

- (a) Za katera realna števila x sta vektorja $\begin{bmatrix} x \\ -1 \end{bmatrix}$ in $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ kolinearna?
- (b) Za katera realna števila x so vektorji $\begin{bmatrix} x \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ -2x \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3x \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ komplanarni?

Naloga 3.15. Zapišite enačbo premice,

- (a) ki vsebuje točko $A(3, -1, 2)$ in je vzporedna vektorju $[2, 1, -1]^T$.
- (b) ki vsebuje točki $A(1, 0, 1)$ in $B(1, -1, 0)$.

Naloga 3.16. Določite enačbo ravnine,

- (a) ki vsebuje točke $A(2, 1, 1)$, $B(1, 2, 1)$, $C(1, 1, 2)$.
- (b) ki vsebuje točko $A(2, 3, 1)$ in premico $x = 1 + \lambda$, $y = -2 + \lambda$, $z = 3$.
- (c) ki vsebuje točko $A(3, -5, 1)$ in je pravokotna na premico $\frac{x-1}{2} = y + 2 = \frac{z+1}{8}$.

Naloga 3.17. Določite presek ravnin z enačbami $x + y + z = 3$, $x + 2y + 3z = 6$ in $2x - y + z = 2$.

Naloga 3.18. Določite presek

- (a) ravnin z enačbama $2x + 3y - z + 1 = 0$ in $x - y + z = 8$,
- (b) premice $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{5} = z - 1$ in ravnine $2x + 3y + z = 14$.

Pod kakšnimi koti se sekajo dani geometrijski objekti?

Naloga 3.19.

- (a) Izračunajte razdaljo med točko $(1, -1, 0)$ in ravnino $2x + 3y + 4z = -1$.
- (b) Izračunajte razdaljo med točko $(1, 2, 1)$ in premico $\vec{r} = [2, 1, 1]^T + \lambda [1, 0, 2]^T$.
- (c) Izračunajte razdaljo med premicama $\vec{r} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ in $\vec{r} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Naloga 3.20. Prezrcalite točko $T(2, -1, 0)$ čez ravnino $2x - y + z = 7$.