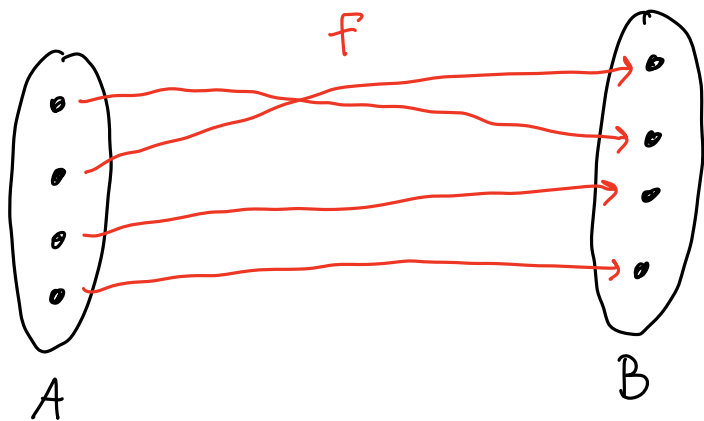


MOČ MNOŽIC

NAJ BO A MNOŽICA Z $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ELEMENTI. TEDAJ ŠTEVILO n IMENUJEMO MOČ MNOŽICE A IN GA OZNAČIMO Z $|A|$.

NADALJE ZA DVE KONČNI MNOŽICI A IN B PRAVIMO, DA STA EQUIVALENTNI, ČE JE $|A| = |B|$. EQUIVALENTNO, TO JE RES NATANKO TEDAJ, KO OBSTAJA BIJEKTIVNA PRESLIKAVA $f: A \rightarrow B$.



SLEDNJI ZAPIS EQUIVALENCE LATIKO RAZŠIRIMO TUDI NA MNOŽICE Z NESKONČNO MNOGO ELEMENTI IN TAKO PRIMERJAMO NJHOVE MOČI OZ. KARDINALNOST.

① POKAŽI, DA SO NASLEDNJE MNOŽICE EQUIVALENTNE MNOŽICI NARAVNIH ŠTEVIL.

(a) $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ (b) $(7\mathbb{N}_0 + 2) \cup (7\mathbb{N}_0 + 4)$ (c) $\mathbb{Q}$

R: (a) $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

BIJEKCIJA $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_0$ IMA PREDPIS $f(n) = n - 1$.

NJEN INVERZ $f^{-1}: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ JE ENAK $f^{-1}(n) = n + 1$.

Torej sta množici $\mathbb{N}_0$ in $\mathbb{N}$ EQUIVALENTNI.

(b) OZNAČIMO $A = (7\mathbb{N}_0 + 2) \cup (7\mathbb{N}_0 + 4)$.
 V TEJ MNOŽICI SO ŠTEVILA, KI PRI
 DELJENJU S 7 VRNEJO OSTANEK 2 ALI 4.

$$A = \{2, 4, 9, 11, 16, 18, \dots\}$$

POIŠČIMO BIEKCIJO, KI BO IDENTIFICIRALA TO
 ZAPOREDJE. KONKRETNO, LIHA ŠTEVILA NAJ
 GLEDU V ŠTEVILA Z OSTANKOM 2, SODA PA
 V ŠTEVILA Z OSTANKOM 4. $\pm j$.

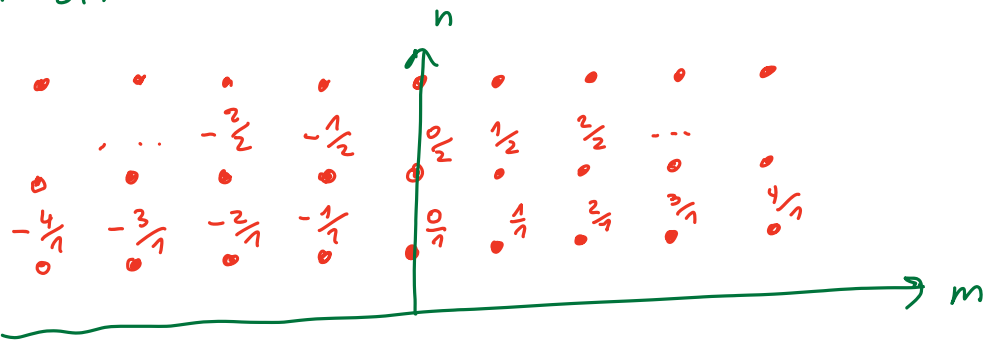
$$\begin{aligned}
 F: \mathbb{N} &\longrightarrow A \\
 f(n) &= \begin{cases} 7(k-1)+2; & n=2(k-1) \\ 7(k-1)+4; & n=2k \end{cases} \quad \begin{matrix} \swarrow k \in \mathbb{N} \\ \searrow \end{matrix} = \begin{cases} 7k-5; & n=2k-1 \\ 7k-3; & n=2k \end{cases} \\
 &= \begin{cases} 7 \frac{n+1}{2} - 5; & n \text{ LHI} \\ 7 \cdot \frac{n}{2} - 3; & n \text{ SOD} \end{cases} = \begin{cases} \frac{7n-3}{2}; & n \text{ LHI} \\ \frac{7n-6}{2}; & n \text{ SOD} \end{cases}
 \end{aligned}$$

POIŠČIMO ŠE INVERZ:

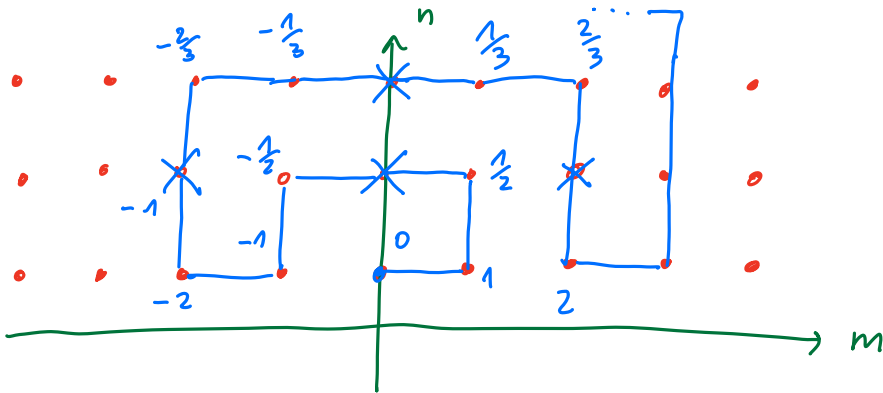
$$\begin{aligned}
 F^{-1}: A &\rightarrow \mathbb{N} \\
 f^{-1}(n) &= \begin{cases} 2(k+1)-1; & n=7k+2 \\ 2(k+1); & n=7k+4 \end{cases} \quad \begin{matrix} \swarrow k \in \mathbb{N}_0 \\ \searrow \end{matrix} = \begin{cases} 2k+1; & n=7k+2 \\ 2k+2; & n=7k+4 \end{cases} \\
 &= \begin{cases} 2 \frac{n-2}{7} + 1; & n \bmod 7 = 2 \\ 2 \frac{n-4}{7} + 2; & n \bmod 7 = 4 \end{cases} = \begin{cases} \frac{2n+3}{7}; & n \bmod 7 = 2 \\ \frac{2n+6}{7}; & n \bmod 7 = 4 \end{cases}
 \end{aligned}$$

(c) $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} ; m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, m \neq n \cdot \text{TVS} \right\}$

PREDSTAVIMO KOT TOČKE V $\mathbb{R}^2$.



NEKATERE TOČKE PREDSTAVLJAJO ISTA ŠTEVILA,
VENDAR NAS TO NE BO MOTILO. NAŠ
CILJ BO DOKAZATI, DA JIH LAHKO
SPRAVIMO V ZAPOREDJE t.j. DA
LAHKO DOLOČIMO VRSTNI RED. TO
STORIMO NPR. S POMOČJO OBLIKE:



KJER JE OZNAKA X , STEVILO IZPUSTIMO,
SAJ SMO GA ENKRAT ŽE UPOŠTEVALI.

DOBIMO PRESLIKAVO:

F: $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$, ki SLIKA $1 \mapsto 0$, $2 \mapsto 1$, $3 \mapsto \frac{1}{2}$, ...
KER SE V NJEJ VSAK ELEMENT $\mathbb{Q}$ POJAVI
NATANKO ENKRAT, JE BIJEKCIJA.

IZZIV: POIŠČI EKSPLICITEN ZAPIS ZA TA ALI KAK DRUG F

TERMINOLOGIJA:

~ Če je $|A| = |\mathbb{N}|$, pravimo da je A
šteвно neskončna.

~ množicam, ki so števno neskončne ali končne
pravimo števne.

~ Če $|A| > |\mathbb{N}|$, pravimo, da je A nešteвно
neskončna.

Na predavanjih ste dokazali, da je $|\mathbb{R}| > |\mathbb{N}|$.