

Funkcije več spremenljivk

Lokalni ekstremi

1. Določi stacionarne točke in lokalne ekstreme funkcij f , podanih z naslednjimi predpisi:

- (a) $f(x, y) = x^4 + 4xy + y^4 + 1$,
- (b) $f(x, y) = e^{-x}(x - y^2)$,
- (c) $f(x, y) = (x - y) \ln(x + y)$
- (d) $f(x, y) = \frac{x}{y} - \ln x + y^2 - y$
- (e) $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$
- (f) $f(x, y, z) = (3x^2 + 2y^2 + z^2 - 2xy - 2yz)e^{-x}$
- (g) $f(x, y, z) = xyz(x + y + z - 4)$ za $x, y, z > 0$

Rešitev:

- (a) stacionarne točke: $T_1(0, 0)$, $T_2(1, -1)$, $T_3(-1, 1)$
ekstremi: T_2 in T_3 sta lokalna minimuma.
- (b) stacionarne točke: $T(1, 0)$
ekstremi: T je lokalni maksimum.
- (c) stacionarne točke: $T(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
ekstremi: ni lokalnih ekstremov.
- (d) stacionarne točke: $T(1, 1)$
ekstremi: T je lokalni minimum.
- (e) stacionarne točke: $T_1(0, 0)$, $T_2(1, \frac{1}{2})$
ekstremi: T_2 je lokalni minimum.
- (f) stacionarne točke: $T_1(0, 0, 0)$, $T_2(2, 2, 2)$
ekstremi: T_1 je lokalni minimum.
- (g) stacionarne točke: $T(1, 1, 1)$
ekstremi: T je lokalni minimum.

2. Na ravnini z enačbo $x - 2y + z = 4$ poišči točko, ki je najbližja točki $(-1, 0, -1)$.

Rešitev: $(0, -2, 0)$

3. Med kvadri s površino $P = 54$ poišči tistega z najmanjšo prostornino.

Rešitev: Kocka $a = b = c = 3$