Thomasov algoritem (Gaussova eliminacija za tridiagonalne sisteme linearnih enačb)

Rešujemo sistem linearnih enačb $Ax = f$, pri čemer je matrika A oblike

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & & & \\ a_1 & b_2 & c_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & a_{n-2} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ & & & a_{n-1} & b_n \end{bmatrix}.$$

Časovna zahtevnost algoritma je $\mathcal{O}(n)$ namesto $\mathcal{O}(n^3)$ operacij, ki jih potrebujemo za rešitev sistema s splošno matriko.

Algoritem v splošnem ni stabilen, je pa v posebnih primerih, ko je npr. matrika *A diagonalno dominantna* ali *simetrična pozitivno definitna* matrika.

V prvem koraku algoritma matriko reduciramo na zgornje trikotno obliko in sproti popravljamo desno stran f. Nato rešitev dobimo z obratno substitucijo.

Algorithm 1: Thomasov algoritem

Vhodni podatki: vektorji a, b, c, f;
for $i = 1, \ldots, n-1$ **do**
    $b_{i+1} \leftarrow b_{i+1} - \frac{a_i}{b_i} c_i$;
    $f_{i+1} \leftarrow f_{i+1} - \frac{a_i}{b_i} f_i$;
end
$x_n = \frac{f_n}{b_n}$;
for $i = n-1, \ldots, 1$ **do**
    $x_i = \frac{1}{b_i}(f_i - c_i x_{i+1})$;
end