

# REALNE FUNKCIJE, ZVEZNOST REALNIH FUNKCIJ

(1) Izračunaj limito, če obstaja.

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{4x^2}$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \arcsin x}{7x}$
- (d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x}$
- (e)  $\lim_{x \downarrow 0} \frac{\ln x}{x}$
- (f)  $\lim_{x \downarrow 0} x^{\sin x}$
- (g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$
- (h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}, a > 0$
- (i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^{\frac{1}{x}}$

(2) Dokaži, da na  $(0, 1)$  obstaja rešitev enačbe  $(1 - x) \cos x = \sin x$ .

(3) Dokaži, da v realnih številih obstaja rešitev  $|p(x)| = e^x$ , kjer je  $p$  neničeln polinom.

(4) Naj bo  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  zvezna in  $a < x_1 < \dots < x_n < b$ . Dokaži, da obstaja  $x_0 \in (a, b)$ , da je

$$f(x_0) = \frac{1}{n}(f(x_1) + \dots + f(x_n))$$

(5) Naj bo  $f$  injektivna in zvezna funkcija, za katero je  $f \circ f \circ \dots \circ f(x) = x$  za vse  $x$  za  $n$  iteracij kompozituma  $f$ . Dokaži, da če je  $f$  strogo naraščajoča, potem je  $f(x) = x$ .