

Polinomi in racionalne funkcije

Polinomi

1. Nariši grafe naslednjih funkcij.

(a) $f(x) = -2x^3 + 6x - 4$

(b) $f(x) = x^4 - 2x^2 - 8$

Rešitev:

(a) Ničle: 1, 1, -2.

(b) Ničle: -2, 2.

2. Reši enačbe:

(a) $x^4 + x^3 - 6x^2 \geq 0$

(b) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 \geq 0$

Rešitev:

(a) $x \in (-\infty, 3] \cup \{0\} \cup [2, \infty)$

(b) $x \in [-3, -1] \cup (2, \infty)$

Racionalne funkcije

3. Nariši grafe naslednjih funkcij.

(a) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

(b) $f(x) = \frac{x^4}{x^2-1}$

(c) $f(x) = \frac{x^3+x^2}{x^2-4x+4}$

(d) $f(x) = \frac{x^3+1}{x^3-3x+2}$

Rešitev:

(a) Ničla: 0, polov ni, asimptota: $y = 0$, liha funkcija, pozitivna za vse x .

(b) Ničla: 0, pola: -1, 1, asimptota: $y = x^2 + 1$, soda funkcija.

- (c) Ničli: 0, -1 , pol: 2 (2), asimptota: $y = x + 5$
 (d) Ničla: -1 , pola: 1 (2), -2 , asimptota: $y = 1$.

4. Funkcija f je dana s predpisom

(a) $f(x) = \frac{4x-5}{x-3}$

(b) $f(x) = \frac{x^2-1}{2x}$

Poišči definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije f ter nariši njen graf. Določi maksimalno množico $A \subset \mathcal{D}_f$, na kateri je f injektivna in poišči predpis za f^{-1} .

Rešitev:

(a) $\mathcal{D}_f = \mathcal{Z}_{f^{-1}} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$, $\mathcal{Z}_f = \mathcal{D}_{f^{-1}} = \mathbb{R} \setminus \{4\}$, je injektivna, $f^{-1}(x) = \frac{3x-5}{x-4}$.

(b) $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\mathcal{Z}_f = \mathbb{R}$, ni injektivna, za $A = (0, \infty)$ donimo $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ za $x \in \mathbb{R}$.