

Funkcije več spremenljivk

Vezani ekstremi

1. Med kvadri s površino $P = 54$ poišči tistega z najmanjšo prostornino.

Rešitev: Kocka $a = b = c = 3$.

2. Poišči ekstreme funkcije $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ pri pogoju $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1$.

Rešitev: $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ je maksimum z vrednostjo $\sqrt{2}$, $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ je minimum z vrednostjo $-\sqrt{2}$.

3. Naj bosta $a, b > 0$. V elipso

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

včrtaj pravokotnik z največjo ploščino, ki ima stranice vzporedne koordinatnima osema.

Rešitev: Oglišča so v točkah $\left(\pm \frac{a}{\sqrt{2}}, \pm \frac{b}{\sqrt{2}}\right)$

Globalni ekstremi

4. Poišči minimum in maksimum funkcije $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2y + 3$ na krogu $x^2 + y^2 \leq 2$.

Rešitev: $(0, 1)$ je minimum z vrednostjo 2, $(0, -\sqrt{2})$ je maksimum z vrednostjo $5 + \sqrt{2}$.

5. Določi globalne ekstreme funkcije $f(x, y) = x^2 - 2y^2 + 3x + 2y - 1$ na trikotniku z oglišči $A(-1, 0)$, $B(0, 0)$, $C(0, 2)$.

Rešitev: $(0, 2)$ je minimum, $(0, \frac{1}{2})$ je maksimum.

6. Naj bo

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2.$$

Poišči globalne ekstreme funkcije f na trikotniku z enačbo $x + 2y + z = 2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

Rešitev: $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ je minimum z vrednostjo $\frac{2}{3}$, $(2, 0, 0)$ in $(0, 0, 2)$ sta maksimuma z vrednostjo 4.