

TGP, 2021/22  
9. VAJE : 1. 12. 2021

1. Poišči upodobitev grupe  $\mathbb{Z}$ , ki vsebuje netrivialno podupodobitev, ki nima komplementa.
2. Pokaži, da za vsak  $m \in \mathbb{N}$  obstaja odprta množica  $U \subseteq GL_n(\mathbb{R})$ , tako da  $U$  ne vsebuje nobenega netrivialnega elementa reda kvečjemu  $m$ .
3. Pokaži, da vsak neglavni ultrafilter vsebuje kokončni filter. Presek vseh neglavih ultrafiltrov je kokončni filter.
4. Pokaži:
  - Če je  $\mathcal{F}$  ultrafilter in  $\bigcup_{i=1}^n A_i \in \mathcal{F}$ , potem je  $A_i \in \mathcal{F}$  za nek  $i$ .
  - Naj bo  $G \subseteq \mathcal{P}(S)$  z lastnostjo, da je vsak presek končno mnogo množic iz  $G$  neprazen, potem je  $G$  vsebovana v nekem filtru.