

2. izpit iz Elementarne geometrije

9. februar 2021

1. [20] Krožnica s središčem S in polmerom SA v nevtralni ravnini je množica vseh točk B , za katere je $SA \cong SB$. Z uporabo Hilbertovih aksiomov pokaži:
 - (a) [10] Če imata krožnica K in premica p v nevtralni ravnini neprazen presek, se sekata v največ dveh različnih točkah.
 - (b) [10] Vsaka krožnica v nevtralni ravnini vsebuje neskončno različnih točk.
2. (a) [15] V evklidski ravnini je dan pravokotni trikotnik $\triangle ABC$ s pravim kotom pri oglišču C . Na zunanji strani obeh katet narišimo kvadrata $ACFG$ in $CBED$ in označimo $H = \overleftrightarrow{AE} \cap \overleftrightarrow{BC}$ ter $K = \overleftrightarrow{BG} \cap \overleftrightarrow{AC}$. Pokaži, da je $\angle KHC = 45^\circ$.
(b) [10] V evklidski ravnini je dana krožnica K s središčem S . Denimo, da se tangenti na K v točkah A in B sekata v točki O in označimo $D = \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{OS}$. Pokaži, da vsaka krožnica, ki vsebuje točki O in D , seka krožnico K pod pravim kotom.
3. [25] V evklidski ravnini je dan ostrokotni trikotnik $\triangle ABC$. Označimo s H višinsko točko trikotnika $\triangle ABC$, z D središče stranice BC in z E točko na očrtani krožnici trikotnika $\triangle ABC$, ki leži diametralno nasproti točki A . Pokaži, da so točke H , D in E kolinearne.

4. Označimo s

$$\mathcal{H} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}$$

Poincaréjev krožni model hiperbolične ravnine.

- (a) [15] Izračunaj koordinate pravokotne projekcije točke $(0, 0)$ na P -premico skozi točki $(\frac{1}{2}, 0)$ in $(0, \frac{1}{3})$.
- (b) [15] Poišči oglišča enakostraničnega šestkotnika v \mathcal{H} , ki ima vse notranje kote prave in središče v točki $(0, 0)$.