

# 1. izpit iz Elementarne geometrije

19. januar 2021

1. [20] V nevtralnini ravnini  $N$  so dane različne točke  $T_1, T_2, \dots, T_n$  za nek  $n \in \mathbb{N}$ . Z uporabo Hilbertovih aksiomov pokaži, da obstaja premica  $p$  v  $N$ , glede na katero so vse dane točke na istem bregu. Vsak korak dobro utemelji!
2. (a) [15] V evklidski ravnini sta dana podobna trikotnika  $\triangle ABC$  in  $\triangle A'B'C'$ , ki nista skladna. Denimo, da velja  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{A'B'}$ ,  $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{A'C'}$  in  $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{B'C'}$ . Pokaži, da se potem premice  $\overleftrightarrow{AA'}$ ,  $\overleftrightarrow{BB'}$  in  $\overleftrightarrow{CC'}$  sekajo v isti točki.  
(b) [15] V evklidski ravnini je dana krožnica  $K$  s središčem  $S$  in točka  $A$  v zunanosti krožnice  $K$ . Označimo z  $B$  in  $C$  dotikališči tangent na  $K$  skozi točko  $A$ . Na krajšem loku med  $B$  in  $C$  izberimo poljubno točko  $T$ . Tangenta na  $K$  v točki  $T$  naj seka premici  $\overleftrightarrow{AB}$  in  $\overleftrightarrow{AC}$  v točkah  $X$  in  $Y$ . Pokaži, da je velikost kota  $\angle XSY$  neodvisna od izbire točke  $T$ .
3. [20] V evklidski ravnini je dan trikotnik  $\triangle ABC$ , za katerega je  $|BC| = 2|AB|$ . Naj bo  $D$  središče stranice  $BC$  in  $E$  točka na daljici  $BD$ , za katero je  $\angle EAD \cong \angle DAC$ . Pokaži, da je  $E$  središče daljice  $BD$ .
4. V Poincaréjevem krožnem modelu hiperbolične ravnine

$$\mathcal{H} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}$$

je dan hiperbolični trikotnik z oglišči  $A(t, -t)$ ,  $B(t, t)$  in  $C(0, 0)$  za nek  $t \in (0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ .

- (a) [15] Z  $\alpha(t)$  označimo velikost kota  $\angle CAB$  v odvisnosti od  $t$ . Eksplicitno izračunaj  $\alpha(t)$  in nato še limito  $\lim_{t \rightarrow 0} \alpha(t)$ .
- (b) [15] Za katere vrednosti parametra  $t$  obstaja očrtana krožnica trikotnika  $\triangle ABC$ ?