

Vaje 2.12.2021: Broydenova metoda, metoda najhitrejšega spusta

1. Za sistem enačb

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 2, \\x^2 - 2xy + y &= 2.\end{aligned}$$

z začetnim približkom $x^{(0)} = [1, 1]^T$ naredite:

- dva koraka Newtonove metode,
- dva koraka Broydenove metode z začetnim približkom $B_0 = JF(x^{(0)})$,
- dva koraka Broydenove metode z začetnim približkom $B_0 = I$.

2. *Variacijske metode: metoda najhitrejšega spusta.*

Iščemo ekstreme funkcije $F : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$. Splošni nastavek za variacijsko metodo je

$$x^{(r+1)} = x^{(r)} + \lambda_r \cdot u_r,$$

kjer u_r predstavlja smer spusta, λ_r pa premik v tej smeri. V nadaljevanju se osredotočimo na primer $n = 2$.

- Pokažite, da je smer najhitrejšega spusta v točki $x^{(r)}$ enaka

$$u_r = -\nabla F(x^{(r)}).$$

- Pokažite, da za $\forall r \geq 0$ velja

$$F(x^{(r+1)}) < F(x^{(r)}).$$

- Pokažite, da za $\forall r \geq 0$ velja

$$\nabla F(x^{(r+1)}) \cdot \nabla F(x^{(r)}) = 0.$$

Namig: pomagajte si s funkcijo ene spremenljivke

$$q(\lambda_r) = F(x^{(r)} + \lambda_r \cdot u_r).$$

3. Naredite en korak metode najhitrejšega spusta za funkcijo

$$F(x, y) = 4x^2 - 4xy + 2y^2$$

z začetnim približkom $x^{(0)} = (2, 3)$.