

Pregled elementarnih funkcij

Eksponentna in logaritemska funkcija

1. Poišči definicijsko območje funkcije s predpisom

(a) $f(x) = \sqrt{1 + e^{1-x}}$

(b) $f(x) = 1 - \sqrt{\ln x}$

Rešitev:

(a) $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$

(b) $\mathcal{D}_f = [1, \infty)$

2. Poišči inverzne funkcije naslednjih funkcij.

(a) $f(x) = \ln \sqrt{2x - 3}$

(b) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

Rešitev:

(a) $f^{-1}(x) = \frac{e^{2x+3}}{2}$

(b) $f^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

3. Reši naslednje enačbe:

(a) $3^{6x-4} + 9^{3x-1} - 2 \cdot 27^{2x-1} = 36$

(b) $2^{x-1} - 4 \cdot 5^{x-3} = 2 \cdot 5^{x-2} - 2^{x-2} + 5^{x-3}$

(c) $6^{1+x} - 6^{2-x} = 30$

(d) $\log \sqrt{75 + 5^x} = 1$

(e) $\log(x+2) - \log x = 1$

(f) $\log_2(x+14) + \log_2(x+2) = 6$

Rešitev:

(a) $x = 1$

(b) $x = 2$

- (c) $x = 1$
- (d) $x = 2$
- (e) $x = \frac{2}{9}$
- (f) $x = 2$

4. Nariši grafe naslednjih funkcij

- (a) $f(x) = 1 - 2e^{2x+1}$
- (b) $f(x) = \ln |2x + 2|$

Kotne in krožne funkcije

5. Reši (ne)enačbe:

- (a) $\tan x = \sqrt{3}$
- (b) $\sin(2x) = \frac{1}{2}$
- (c) $\sin x < \frac{1}{2}$
- (d) $4 \sin^2 x - 2 \cos^2 x = 1$
- (e) $\sin x + \cos x = 1.$
- (f) $2 \cos^2 x - 9 \cos x + 4 = 0$

Namigi: $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$, $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$.

Rešitev:

- (a) $\frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- (b) $x_1 = \frac{\pi}{12} + k\pi$, $x_2 = \frac{5\pi}{12} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- (c) $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{6} + 2k\pi\right)$
- (d) $\frac{(2k+1)\pi}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$
- (e) $x_1 = 2k\pi$, $x_2 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- (f) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

6. Nariši grafe naslednjih funkcij.

- (a) $f(x) = |\sin x|$
- (b) $f(x) = \tan \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
- (c) $f(x) = 1 + 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

7. Dana je funkcija $f(x) = -2 \arccos(x - 1) + \frac{3\pi}{2}$.

- (a) Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije.
- (b) Izračunaj začetno vrednost funkcije in nariši njen graf. Ali je funkcija naraščajoča?

Rešitev:

(a) $\mathcal{D}_f = [0, 2]$, $\mathcal{Z}_f = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

(b) $f(0) = -\frac{\pi}{2}$, funkcija f je naraščajoča.

8. Določi definicijsko območje funkcije f s predpisom

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{x-1}{2x}\right).$$

Rešitev: $\mathcal{D}_f = (-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{3}, \infty\right)$

9. Nariši graf funkcije $f(x) = -\arctan(x-1) + \frac{\pi}{2}$. Izračunaj začetno vrednost.

Rešitev: $f(0) = \frac{3\pi}{4}$