

ODVODI

- (1) Naj bo $g(x) = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$.
 - (a) Izračunaj g' .
 - (b) Nariši graf g .
- (2) Izračunaj naslednje limite.
 - (a) $\lim_{x \downarrow 0} x^x$
 - (b) $\lim_{x \downarrow 0} \ln x \ln(x+1)$
 - (c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sin \pi x}$
 - (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{\frac{e}{x}}$
- (3) Naj bo $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, $a_n \neq 0$ realen polinom s samimi realnimi ničlami. Dokaži, da ima tudi p' same realne ničle.

Namig : Nalogo najprej reši za primer, ko ima p same različne realne ničle.
- (4) Naj bo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dvakrat zvezno odvedljiva in $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$. Naj velja $f(a) = f(b)$ in $f'(a) = f'(b) = 0$. Dokaži, da obstajata $x_1, x_2 \in (a, b)$, $x_1 \neq x_2$, za katera je $f''(x_1) = f''(x_2)$.
- (5) Naj bo $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezno odvedljiva na $(0, 1)$ in zvezna na $[0, 1]$. Naj velja $f(0) = f(1) = 0$ in $f(x_0) = 1$ za nek $x_0 \in (0, 1)$. Dokaži, da obstaja $x_1 \in (0, 1)$, da velja $|f'(x_1)| > 2$.
- (6) Naj bodo $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ realna števila. Poišči $x \in \mathbb{R}$, za katerega je vsota $\sum_{i=1}^n (x - x_i)^2$ najmanjša.
- (7) Poišči razmerje med dolžinami stranic v enakokrakem trikotniku s fiksnim obsegom $o > 0$, ki ima največjo možno površino.
- (8) Imamo žico dolžine $l > 0$, ki jo prepognemo v obliki pravokotnika s stranicama dolžine x, y . Za katera x, y bo imel dobljeni pravokotnik največjo površino?
- (9) Imamo parabolo, dano z enačbo $y^2 = 4px$ in premico $x = a$, kjer sta $p, a > 0$. V območje na ravnini, ki ga zamejujeta graf parabole in premica, želimo včrtati pravokotnik. Kakšne bodo njegove dimenzije, če želimo, da ima ta pravokotnik največjo možno površino?