Odvodi

(1) Skiciraj graf funkcije.
   (a) $f(x) = (2x^2 - 17)\sqrt[3]{x^2 - 1}$
   (b) $f(x) = 1 - x - \sqrt{\frac{x^3}{x+3}}$

(2) Čoln v mirni vodi je od najbližje točke A na obali oddaljen 5 km. Želi priti čim hitreje do točke B na obali, ki je od točke A oddaljena 6 km. Kje naj pristane, če vesla s hitrostjo 2 km/h in hodi s hitrostjo 4 km/h?

(3) Naj bo $f(x) = \frac{1}{x^2+2x}$. Izračunaj $f^{(n)}(x)$.

(4) Dokaži, da imata spodnji enačbi po natanko eno rešitev v $\mathbb{R}$.
   (a) $x^{13} + 7x^3 - 5 = 0$
   (b) $3^x + 4^x = 5^x$.

(5) Naj bo f zvezna na $[a, b]$ in odvedljiva na (a, b). naj velja $f^2(b) - f^2(a) = b^2 - a^2$. Dokaži, da ima enačba $f'(x)f(x) = x$ vsaj eno rešitev na (a, b).

(6) Dokaži, da je f neskončnokrat odvedljiva.
   (a)
$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$
   (b)
$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

(7) Pokaži, da velja $e^x \geq 1 + x$ za vse $x \in \mathbb{R}$. Nato s pomočjo tega rezultata dokaži aritmetično-geometrijsko neenakost, torej da velja
$$\frac{x_1 + \cdots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdots x_n}$$
za vse $n \in \mathbb{N}$, $x_1, \cdots, x_n \geq 0$.