

UPORABA L'HÔPITALOVEGA PRAVILA

Naj bosta f in g funkciji in $a \in \mathbb{R}$, odvedljivi v okolici a . Recimo, da velja eden od spodnjih primerov:

- (1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$
- (2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = + / - \infty$
- (3) Obstaja okolica a , v kateri g' , razen mogoče v a , ni enak nič.

V tem primeru si lahko pri pračunanju limite $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ pomagamo z L'Hôpitalovim pravilom. Če namreč izračunamo $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = A$, kjer je $A \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$, potem lahko sklepamo $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = A$.

(V primeru denimo $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \infty$ lahko namreč sklepamo $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g'(x)}{f'(x)} = 0$ in zato $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$, torej $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$ (ob tem, da smo pozorni na predznak)).

Če pa $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ ne obstaja v smislu, da ni enaka ∞ ali $-\infty$, ne moremo sklepati, da (v tem smislu) ne obstaja tudi limita $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$.
Zgled : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x}$ je limita oblike $\frac{\infty}{\infty}$. Očitno velja

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x} = 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Po drugi strani limita

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \cos x}{1} = 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \cos x$$

ne obstaja (niti v smislu, da bi bila enaka neskončno). Zato bi nas slepa uporaba L'Hôpitalovega pravila v tem primeru privedla do napačnega rezultata.