

Matematika 1

2. kolokvij

1. (a) Dana je funkcija

$$f(x) = \ln(x^3 - 3x^2 + 2x).$$

Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije f .

- (b) Določite funkcijo $f: [-1, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, če veste, da za vsak $y \in (-\infty, 1]$ velja

$$f(y^2 - 2y) = 1 - y.$$

2. Dano je zaporedje

$$a_n = \ln(2^{n+1} - 1) - n \ln 2.$$

- (a) Določite, ali je zaporedje naraščajoče ali padajoče. Odgovor utemeljite.
(b) Dokažite, da je zaporedje konvergentno in izračunajte njegovo limito.
(c) Določite, od kod naprej se členi od limite razlikujejo za manj kot $\varepsilon = \ln 1.1$.

3. Izračunajte naslednji limiti:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}{n\sqrt{n} - \sqrt{n^3 - n}}$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2^n - 1}{2^n + 5} \right)^{2^n}$

4. (a) Seštej vrsto

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} + 5^n}{3^{2n}}.$$

- (b) Določite, za katere $x \in \mathbb{R}$ konvergira vrsta

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (2x)^n}{\sqrt{n} - 1}.$$