

Analiza 3: 2. kolokvij

13. 1. 2022

Naloga 1 (25 točk). Podan je sistem diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sin y \\ \dot{y} &= 2x - x \cos x\end{aligned}$$

Poišči negibne točke sistema in jih klasificiraj. Nato v okolici izhodišča sistem lineariziraj, poišči rešitev lineariziranega sistema, skiciraj fazni portret in opiši obnašanje tokovnic.

Naloga 2 (25 točk). Poišči splošno rešitev sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2y - x \\ \dot{y} &= 4y - 3x + \frac{e^{3t}}{e^{2t} + 1}\end{aligned}$$

Naloga 3 (25 točk). Poišči splošno rešitev enačbe

$$x^3 y''' + 7xy' + 13y = 9x^2 + x$$

Naloga 4 (25 točk). Na prostoru $\mathcal{C}^2([0, 1])$ je podan funkcional

$$\mathcal{L}(y) = \int_0^1 (y^2 + y'^2) dx - 2y(1) \sinh 1$$

Reši eno od naslednjih nalog:

- (18 točk) Poišči ekstremale funkcionala $\mathcal{L}$ ob danih robnih pogojih $y(0) = 0$, $y(1) = 1$.
- (25 točk) Poišči ekstremale funkcionala $\mathcal{L}$ ob danem robnem pogoju $y(0) = 0$.