

Matematika II

2. kolokvij

1. Naj bo $a > 2$. Izračunajte integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\arctan(ax) - \arctan(2x)}{x} dx.$$

2. S pomočjo Beta funkcije izračunajte integral

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 \sqrt{x-1}} dx.$$

3. Naj bo $a > 0$. Izračunajte težišče homogenega lika, omejenega s krivuljama

$$ax = y^2 \quad \text{in} \quad x + y = 2a.$$

4. Naj bo K krogla s središčem $S(0, R, 0)$ in polmerom $R > 0$, torej $K = \{(x, y, z) : x^2 + (y - R)^2 + z^2 \leq R^2\}$. Izračunajte integral

$$\int_K (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} dx dy dz.$$

Namig: Za izračun integralov uporabite Beta funkcijo.