

1. kolovij iz Matematike 2 (FMT)

8. december 2021

Čas pisanja je 120 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Za $a \in \mathbb{R}$ je dana funkcija $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x^2 - y^2)^2}{x^2 + y^2} & : (x, y) \neq (0, 0) \\ a & : (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

- a) Določi vrednost a , da bo f zvezna v $(0, 0)$.
- b) Ali je za dobljeno vrednost a funkcija f diferenciable v $(0, 0)$?

2. naloga (25 točk)

Naj bo $f(x, y) = x^3 + 12x^2 - 6xy - 21x + y^2 + 4y$.

- a) Poišči in klasificiraj vse lokalne ekstreme funkcije f .
- b) Poiščite globalne ekstreme funkcije f na trikotniku z oglišči $(0, 0)$, $(1, 1)$ in $(0, 1)$.

3. naloga (25 točk)

Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x, y) = \frac{\cos x}{1 - y^2}.$$

- a) Naj bo T_6 Taylorjev polinom reda 6 funkcije f na okolici točke $(0, 0)$. Določi T_6 .
- b) Izračunaj $\frac{\partial^6 f}{\partial x^3 \partial y^3}(0, 0)$ in $\frac{\partial^6 f}{\partial y^6}(0, 0)$.
- c) S pomočjo T_6 približno izračunaj $f(0.1, -0.1)$.

4. naloga (25 točk)

Dana je funkcija

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2 - 4)^2 + (x^2 + y^2 - 1)^2 - 9.$$

- a) Pokaži, da na neki okolici U točke $x_0 = 0$ obstaja takšna funkcija g , da je $g(0) = 2$ in $f(x, g(x)) = 0$ za vse $x \in U$.
- b) Pokaži, da je točka $x_0 = 0$ stacionarna za funkcijo g .