

4 Zaporedja in vrste

Naloga 4.1. Na bančni račun, ki se obrestuje z 0.3% letno obrestno mero, položite 2000€. Kolikšen bo znesek na računu po 1, 2, 3, 10, n letih? Kolikšen bo po enem mesecu? Izračunajte znesek tako po metodi navadnega obrestovanja (obrestuje se samo glavnica) kot tudi po metodi obrestnega obrestovanja (obrestujejo se tudi obresti).

Naloga 4.2. Zapišite splošni člen aritmetičnega zaporedja, če je

(a) $a_1 = -3, d = \frac{4}{5};$

(b) $a_{20} = 36, d = \frac{2}{3};$

(c) $a_5 = 12, a_8 = 30.$

Naloga 4.3. Za katera števila x velja, da so $\frac{1}{x}, x-2, \frac{x+2}{x}$ zaporedni členi aritmetičnega zaporedja?

Naloga 4.4. Seštejte prvih sto členov aritmetičnega zaporedja $a_n = \frac{n+3}{4}.$

Naloga 4.5. Zapišite splošni člen geometrijskega zaporedja, če je

(a) $g_1 = \frac{1}{3}, q = -3;$

(b) $g_5 = 36, g_7 = 4;$

(c) $g_3 - g_1 = 3, g_1 + g_2 + g_3 = 7.$

Naloga 4.6. V kolikšnem času od začetnega bolnika zboli celotno človeštvo, če obdobje kužnosti traja pol meseca in je reprodukcijsko število enako 5?

Naloga 4.7. Dano naj bo geometrijsko zaporedje z $g_1 = \frac{2}{3}$ in $q = -\frac{1}{2}$. Koliko je vsota prvih deset členov tega zaporedja? Koliko je vsota vseh členov zaporedja?

Naloga 4.8. Rešite enačbo $\sum_{n=1}^{\infty} x^{2n-1} = \frac{3}{8}.$

Naloga 4.9. Izračunajte naslednje limite zaporedij.

- | | |
|--|--|
| (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{1-2n}$ | (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - (-1)^n}{(-1)^{n+1} - n^3}$ |
| (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{n + 2}$ | (d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt[3]{n} + \sqrt[4]{n^3}}$ |
| (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{n} + 1}}$ | (f) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n)$ |
| (g) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3} - n)$ | (h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{2n}$ |
| (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n} + 3} \right)^{\sqrt[3]{n}}$ | (j) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot (\log_2(2n-1) - \log_2(n) - 1)$ |

Naloga 4.10. Poiščite vsa stekališča naslednjih zaporedij.

- (a) $(-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)$
 (b) $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$
 (c) $2^n + (-2)^n$

Naloga 4.11. Seštejte naslednje vrste.

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^3} - \frac{1}{(n+1)^3} \right)$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$
 (c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}$

Naloga 4.12. Ugotovite, ali naslednje vrste konvergirajo.

- | | | |
|--|---|--|
| (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+2^n}$ | (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ | (c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ |
| (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$ | (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ | (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^{n^2}$ |
| (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}}$ | | |