

#1. Okoli ekvatorja postavimo obroč, ki je za 100 metrov daljši od ekvatorja. Obroč je koncentrično enakomerno odmaknjen od ekvatorja. Ali se mačka lahko splazi pod obročem? Kaj pa miška?

#2. Na letališču hitimo, da ne zamudimo letala. Del poti tečemo, del poti tečemo po (gibljivem letališkem) traku. Kje naj si zavežemo odvezano vezalko na čevlju? Na traku ali pred njim? Natančno utemeljite!

#3. Kako je Eratosten 200 let pred našim štetjem ne samo ugotovil, da je Zemlja okrogla, ampak tudi zelo natančno izračunal njeno velikost?

#4. Kako sta povezana aritmetično povprečje in pogon avtomobila (avtomobilski diferencial)?

#5. Kako so povezane geometrijske lastnosti parabole in delovanje avtomobilskih luči?

#6. Trik z uganjevanjem števil, ki temelji na dvojiškem sistemu.

#7. Opišite in razložite 'paradoks mostu'. Opišite in razložite 'zapornikovo dilemo'. Primerjajte Adam Smithovo (Bogastvo narodov) "nevidno roko", ki poskrbi, da je delovanje posameznika, ki deluje v svojem individualnem interesu hkrati tudi najvišje dobro za družbo kot celoto" in John Nashevo ravnovesje: nihče od igralcev nima interesa, da bi spremenil strategijo igre. ('Socialne igre', 'Diktator')

#8. Na primerih razložite eksponentno rast.

- Koliko je 1.03^{6000} ?
 - Opišite, kaj bi pomenilo, če bi A4 list 'prepognili zaporedoma 42 krat'.
 - Koliko riža bi dobili, če bi na šahovska polja zaporedoma položili $1, 2, 4, 8, \dots, 2^{63}$ zrn riža?
-

#9. Razložite trik 'bralec misli': Izberemo dvomestno število. Odštejemo števki. V tabeli poiščemo dobljeno število ...

#10. Na mizo postavimo n kovancev, vse obrnjene s številom navzgor. Potem v prvi potezi obrnemo vse kovanec. V drugi potezi obrnemo vsak drugi kovanec (torej 2,4,6,...). V tretji potezi obrnemo vsak tretji kovanec (torej 3,6,9,...) in tako naprej do n -te poteze. Ugotovite in razložite, kateri kovanci so na koncu obrnjeni s številom navzdol in kateri s številom navzgor.

#11. Na mizi je 12 črno-belih (črnih iz ene in belih iz druge strani) žetonov. 6 žetonov je obrnjenih s črno stranjo navzgor in 6 s črno navzdol. Miže razdelite žetone na dva kupa tako, da bo v obeh enako število navzgor obrnjenih črnih in belih žetonov.

#12. Deset sodelavcev se postavi v vrsto, tako, da n -ti vidi vse do $n - 1$ -vega pred sabo. Naključno dobijo na glavo zelene ali rdeče kape. Po vrsti od 10-ega do 1-ega bodo morali povedati/uganiti kakšne barve kape imajo na svoji glavi. Odgovoriti smejo samo z 'rdečo' ali 'zeleno'. Cilj skupne strategije je, da je čim več odgovorov pravih. Določite najboljšo (skupno) strategijo.

#13. Imamo 3 (ali 4, 5, 6, 7, ..., n) košar. V vsaki je zaporedoma 1, 2, 3, ..., n jabolok. V vsaki 'potezi' lahko iz poljubne košare v poljubno drugo košaro premaknemo toliko jabolok, kot jih je trenutno v tej drugi košari. Na primer, iz košare, v kateri so štiri jabolka, lahko v košaro v kateri so tri jabolka, premaknemo tri jabolka. Ali je mogoče s takimi 'potezami' jabolka prerazporediti tako, da bo na koncu v vsaki košari enako število jabolok? Razmislite če in kako je rešitev odvisna od začetnega števila košar.



#14. Določite zadnjo cifro števila 13^{2016} !

#15. Določite zadnji cifri števil 99^{2015} in 99^{2016} !

#16. Izračunajte $\sqrt{12345678987654321}$.

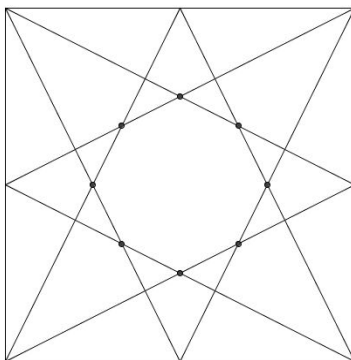
#17. Dokažite, da imata naravni števili n in n^5 vselej enako zadnjo cifro.

#18.

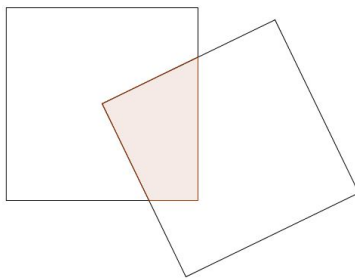
- Za števili, katerih vsota je 1, kvadrirajte večjega in prištejte manjšega. Zatem pa še kvadrirajte manjšega in prištejte večjega. Katero izmed dobljenih števil je večje?
- Kaj lahko povemo o dveh številih, če je vsota manjšega in kvadrata večjega enaka vsoti večjega in kvadrata manjšega?
- Katero izmed števil je večje, če za dani dve števili primerjamo vsoto večjega in kvadrata manjšega z vsoto manjšega in kvadrata večjega?

#19. Obravnavajte trditev: Premica skozi težišče (ravninskega) lika razdeli lik na dva plosčinsko enaka dela.

#20. Oglejte si skico. Razmislite. Postavite domnevo. Dokažite.



#21. Dva kvadrata z robom a sta postavljena tako, da je oglišče enega v središču drugega. Kolikšna je lahko ploščina preseka? Lepo in natančno opišite funkcijo, ki opisuje ploščino preseka obeh kvadratov. Ugotovitve na čim lepši način utemeljite.

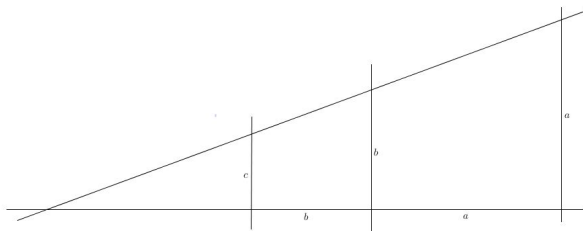


#22.

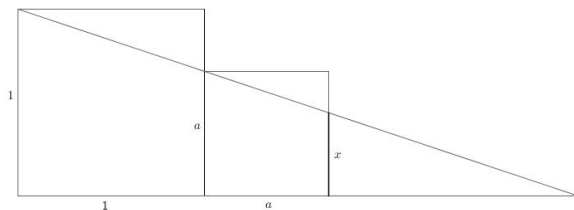
- V rombu je ena diagonalna štirikrat daljša od druge, mersko število rombove ploščine, izražene v dm^2 , je enako merskemu številu dolžine daljše diagonale, izražene v dm . Določi ploščino romba.
- Površina valja je dvakrat večja od njegove prostornine. Določite radij osnovne ploskve in višino valja, če sta tako radij kot višina celi števili.

#23.

- Na spodnji sliki so označene dolžine a, b, c . Izrazite c z a in b , oziroma dokažite, da je $\frac{c}{b} = \frac{b}{a}$, oziroma, da je b geometrijska sredina števil a in c ($b = \sqrt{ac}$).

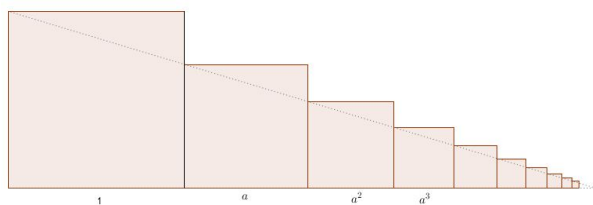


- Na spodnji sliki sta narisana kvadrata z robovoma 1 in a . Določite dolžino odseka x .

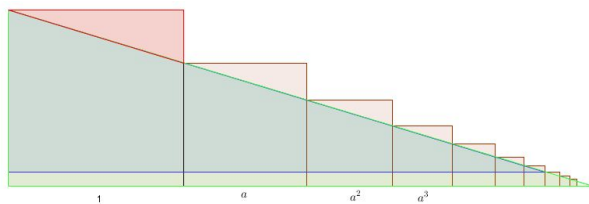


- Bi znali poiskati geometrijski pomen formule za vsoto geometrijske vrste? Bi znali formulo za vsoto geometrijske vrste dokazati geometrijsko?

(a) **Nasvet 1.**



(b) **Nasvet 2.**



(c) **Nasvet 3.** Opazujte podobne trikotnike na sliki 'nasveta 2'.

#24. V revolver, ki ima bobenček za šest nabojev rabelj vstavi dva naboja v zaporedna prekata in zavrti bobenček. Potem zaporedoma 'ustreli' dve potencialni žrtvi. Kateri 'obsojenec' ima večjo možnost preživetja? Kako naj reagira drugi 'obsojenec', če lahko po prvem 'strelu' izbira, ali se bobenček ponovno zavrti ali ne? Kaj pa če lahko že pred prvim 'stelom' izbira, ali se bo bobenček po prvem 'strelu' zavrtel ali ne? Razmislite o dodatnih vprašanjih... (več nabojev, ki so lahko različno razporejeni, več obsojencev, ...)

#25. Imamo dve pošteni kocki. Ali je mogoče na ploskve obeh kock napisati nenegativna cela števila tako, da bo izid meta obeh kock, pri katerem bo vsota 1,2,3,...,12 enakovreden? Odgovor utemeljite. Dokažite, da to ni mogoče ali določite kocki, pri katerih bo pogoj izpolnjen. Kolikšna je verjetnost takega (enega izmed enakovrednih) izida?

#26. Mečemo m kock naenkrat, in poskus ponovimo n krat. Ugotovite verjetnosti:

- Da dobimo vsaj eno ‚enko‘ v vsakem poskusu.
- Da dobimo m ‚enk‘ vsaj v enem poskusu.

#27. Obravnavajte trditev: Za vsak $n \in \mathbb{N}$ je vsaj eno izmed števil $6n - 1$ in $6n + 1$ praštevilo.

#28. Naj bo

$$N_k = \sum_{i=0}^k 2^i.$$

Obravnavajte trditev: N_{2k} je praštevilo in N_{2k+1} je sestavljeno število za $k \geq 1$.

#29. Obravnavajte trditev: Naslednji polinomi imajo za $x \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ praštevilske vrednosti.

$$2x^2 + 11$$

$$2x^2 + 29$$

$$x^2 + x + 17$$

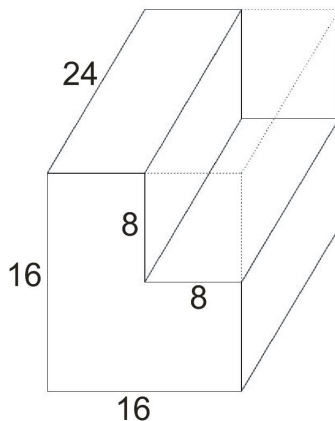
$$x^2 + x + 41$$

$$x^2 - x + 41$$

$$x^2 - 79x + 1601$$

#30.

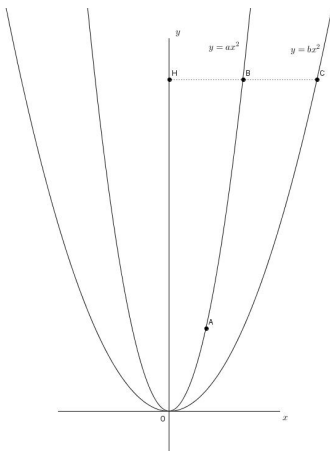
1. Slika prikazuje telo, ki je nastalo tako, da smo iz večje pravokotne prizme odstranili manjšo prizmo.
 - (a) Izračunaj prostornino odstranjene prizme.
 - (b) Izračunaj prostornino telesa. Napiši korake, ki te pripeljejo do rešitve.



2. V računu $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} = 1$ so A , B in C cela števila.
 - (a) Poišči A , B in C , če so števila enaka.
 - (b) Če je A enako 2 in števili B in C ležita zunaj intervala $[3, 9]$, poišči B in C .

#31. Parabola $y = ax^2$ ima teme v izhodišču O in gre skozi točko $A(1, 2)$. Točka B leži na $y = ax^2$ in njena x -koordinata je enaka 2. Točka H leži na y -osi in BH je pravokotna na y -os. Točka C leži na nosilki BH tako, da je $HB = BC$. Parabola $y = bx^2$ ima teme v O in gre skozi točko C .

1. Poišči vrednost a .
2. Poišči y -koordinato točke B .
3. Poišči b . Pregledno napiši korake, ki te pripeljejo do rešitve.



#32.

1. Poišči vrednost a tako, da bo polinom $x^3 + 3x^2 + ax + 4$ deljiv z $x - 2$.
2. Izračunaj $\alpha^2 + \beta^2$, če sta α in β kompleksni rešitvi kvadratne enačbe $3x^2 + 2x + 1 = 0$.
3. Izračunaj določeni integral $\int_0^2 (x^2 - 1) dx$
4. Če za vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$, velja $|\vec{a}| = 2$ in $|\vec{b}| = 3$, ter je kot med njima 120° :
 - (a) Izračunaj skalarni produkt $\vec{a}$ z $\vec{b}$.
 - (b) Izračunaj $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

#33.

1. Poišči vsa cela števila (x, y, z) , ki zadoščajo enačbi $x^4 + y^4 + z^4 = 3xyz$.
2. Za zaporedje a_n velja, da je vsota prvih n členov enaka $S_n = n(n+1)(n+2)$.
 - (a) Izrazi a_n .
 - (b) Izračunaj vsoto $\sum_1^{99} \frac{1}{a_n}$

#34.

1. Določi realni števili a in b , ki zadoščata enačbi

$$\frac{1}{i + \frac{2}{i + \frac{3}{i+4}}} = a + bi.$$

2. Za matriki $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ in $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
 - (a) Določi 2×2 matriko X , da bo $AX = B$.
 - (b) Določi 2×2 matriko Y , da bo $YA = B$.

#35.

1. Za trikotnik $\triangle ABC$ v ravnini dokažite
 - (a) $\sin A + \sin B \leq 2 \cos \frac{C}{2}$
 - (b) $\sin A + \sin B + \sin C \leq \cos \frac{A}{2} + \cos \frac{B}{2} + \cos \frac{C}{2}$ in ugotovite, kdaj velja enakost.
2. Za matriko $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, za katero velja $A \neq \pm E$ in $A^4 = E$, pri čemer so a, b, c, d realna števila in je E identiteta, določite

- (a) Vrednost $a + d$.
(b) Vse vrednosti a da bo $bc \geq 0$.

#36. Obravnavajte realne rešitve sistema enačb

$$x + \frac{1}{x} = y, \quad y + \frac{1}{y} = z, \quad z + \frac{1}{z} = x.$$

#37. Obravnavajte 'igro' Hanojski stolpi! (Določite število potrebnih potez in 'sestavite' algoritem reševanja.)

Hanojski stolpi: Imamo tri različne stebre/stolpe. Na prvem je postavljenih n različnih diskov in sicer po velikosti tako, da je največji na dnu in najmanjši na vrhu. Naloga je prestaviti vse diske na tretji steber/stolp, pri tem pa moramo upoštevati dve pravili. Prvič, hkrati lahko prestavimo le en disk in nikoli ne smemo večjega diska položiti na manjšega. Seveda si lahko pomagata s prelaganjem diskov na drugi steber (pripravite si model in preizkušajte...)

#38.

1. Poenostavite. (2×10 točk)

(a) $\sqrt[3]{54} + \frac{3}{2}\sqrt[6]{4} + \sqrt[3]{-\frac{1}{4}}$

(b) $4 \log_2 \sqrt{2} - \frac{1}{2} \log_2 3 + \log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Rešite enačbo/neenačbo za x ($0 \leq x \leq 2\pi$). (2×10 točk)

(a) $3 \sin x - 1 = \cos 2x$

(b) $\sin x < \sin 2x$

3. Predpostavimo, da je $\sin \alpha + \sin \beta = a$ in $\cos \alpha + \cos \beta = b$. Izrazite $\cos(\alpha - \beta)$ z a in b .

4. Poiščite minimum funkcije $y = 9^x - 2 \cdot 3^x + 5$.

5. Kaj je več $\log_{10} x^2$ ali $(\log_{10} x)^2$? Razložite.

6. Izrazite $\sum_{m=1}^n \left[\sum_{l=1}^m \left(\sum_{k=1}^l 1 \right) \right]$ z n .

7. Naj bo $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ in $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. Poiščite matriko X , ki zadošča enačbi $XA = B$.

8. Dana sta vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Predpostavimo $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ in $(5\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (\vec{a} + 2\vec{b})$, pri čemer $a \neq 0$ and $b \neq 0$. Določite kot med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$.

#39.

1. Predpostavimo, da je a pozitivno število in da velja $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 3$. Izračunajte:

- (a) $a + a^{-1}$
 (b) $a - a^{-1}$
2. Izračunajte: $\log_2(\sin \frac{\pi}{4}) - \log_2(\sin \frac{\pi}{3}) + \log_2(\tan \frac{\pi}{3})$
3. Rešite naslednje neenačbe:
- (a) $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 > 0$
 (b) $\log_{\frac{1}{4}}(3x^2 + 9) < \log_{\frac{1}{2}}(3 - 2x)$
 (c) $\sin x - \sqrt{3} \cos x \leq 1 \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$
4. Določite minimalne in maksimalne vrednosti funkcije $y = \cos 2\theta - \sin \theta + 1$ na intervalu $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Določite tudi vrednosti θ pri katerih funkcija zavzame te vrednosti.
5. V trikotniku $\triangle ABC$ je M razpolovišče AB , N je taka točka na AC , da velja $AN : NC = 1 : 2$, P pa je presečišče BN in CM . Če je $\vec{AB} = \vec{b}$ in $\vec{AC} = \vec{c}$, izrazite $\vec{AP}$ z $\vec{b}$ in $\vec{c}$.
6. Določite x tako, da bodo točke $A(3, 2, 5)$, $B(-1, 4, 2)$, $C(x, 1, 4)$ in $D(x, 6, -1)$ komplanarne.
7. Izrazite $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k \cdot (k+1)}$ z n .
8. Rešite homogen sistem enačb z uporabo matrik:

$$\begin{aligned} 3x - 2y + 6z &= 0 \\ 3x + 2y - 6z &= 0 \end{aligned}$$

#40. Za vsako realno število x je $\lfloor x \rfloor$ celi del števila x , oziroma $\lfloor x \rfloor$ je največje celo število, ki ni večje od x .

Trditev C: Za vsaki realni števili $x, y \geq 0$ velja $\lfloor x + y \rfloor + a > 2\sqrt{x \cdot y}$.

- a) Dokažite, da za vsako realno število $a \geq 1$ velja trditev C.
 b) Dokažite, da je najmanjši a za katerega velja trditev C, enak 1.

#41. V ravnini sta dani točki $A(1, 0)$, $B(2, 0)$ in premica $L : y = mx$ ($m \neq 0$).

- a) Izrazite x in y točke $P(x, y)$ na L z m -jem tako, da bo $AP + BP$ minimalno.
 b) Določite enačbo, ki opisuje mesta takih točk P za vse m -je.

#42. Na obodu kroga je n točk. Narišemo vse možne tetive med temi točkami. Na koliko delov razpade krog, če se nobene tri tetive (v notranjosti kroga) ne sekajo v isti točki?

#43. Poiščite ekstremne vrednosti funkcije

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 4$$

na intervalu

$$-\frac{7}{4} \leq x \leq 3.$$

#44. Dana je točka $P(2, 0, 1)$ v xyz -prostoru. Za točko Q , naj bo točka R presek nosilke PQ in xy -ravnine. Narišite množico vseh točk R , ko točka Q prepotuje krivuljo $z = y^2$ v yz -ravnini.

#45. Pravokotnik $ABCD$ ima stranici dolgi 1 in a . Točka E je presečišče diagonal. Narišite pet krogov z radiji r in s središči v točkah A, B, C, D in E . Poiščite največji r za katerega bo ploščina preseka poljubnih dveh krogov enaka nič. Naj bo $S(a)$ ploščina preseka pravokotnika z unijo vseh petih tako določenih krogov. Skicirajte funkcijo

$$\frac{S(a)}{a}.$$

#46. Pokončna piramida ima za osnovno ploskev kvadrat s stranico a . Vsi robovi piramide so tangentni na kroglo, ki ima središče v središču osnovne ploskve piramide. Izrazite

1. višino piramide;
2. prostornino preseka piramide in krogle.

#47. Tetraeder postavimo na ravnino. *Poteza* pomeni, da tetraeder 'prevalimo' preko poljubnega roba. (Tetraeder po potezi leži na drugi ploskvi.) Kolikšna je verjetnost, da bo po n potezah tetraeder ležal na isti ploskvi kot na začetku?

#48. Naj bodo a, b, c pozitivna realna števila. Ploskev R v $\mathbb{R}^3$ je množica točk (x, y, z) za katere velja $|x| \leq a$, $|y| \leq b$ in $z = c$. Točkasto svetilo P se giblje po krivulji $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = c + 1$. Skicirajte in izračunajte ploščino lika, ki ga na ploskvi xy opiše senca ploskve R .

#49. Za $p \in \mathbb{R}$ imamo enačbo $x^3 - 3x - p = 0$. Če ima enačba eno samo realno rešitev, naj bo $f(p)$ kvadrat te rešitve. Sicer naj bo $f(p)$ produkt najmanjše in največje rešitve te enačbe.

1. Poiščite minimum funkcije $f(p)$.
 2. Približno skicirajte funkcijo $f(p)$.
-

#50. Pokažite, da za naravna števila $n = 1, 2, \dots$ obstajajo polinomi $p_n(x), q_n(x)$, za katere

a) Velja

$$\begin{aligned}\sin(n\varphi) &= p_n(\tan \varphi) \cos^n \varphi \\ \cos(n\varphi) &= q_n(\tan \varphi) \cos^n \varphi\end{aligned}$$

b) Za $n > 1$ veljajo identitete

$$\begin{aligned}p'_n(x) &= nq_{n-1}(x) \\ q'_n(x) &= -np_{n-1}(x)\end{aligned}$$

#51. Kolikšen je lahko največji R , da vsaj kaka premica s smernim koeficientom $\frac{2}{5}$ ne bo sekala (ali se dotikala) nobenega izmed krogov z radijem R in središčem v celoštevilskih točkah ravnine?

Ali, drugačna formulacija: Kolikšen najmanj je lahko R , da bo vsaka premica s smernim koeficientom $\frac{2}{5}$ sekala (ali se dotikala) vsaj katerega izmed krogov z radijem R in središčem v celoštevilskih točkah ravnine?

Kaj pa splošnejši razmislek: Kolikšen je lahko največji R , da vsaj kaka premica s smernim koeficientom q ne bo sekala (ali se dotikala) nobenega izmed krogov z radijem R in središčem v celoštevilskih točkah ravnine?

#52. Naj bo $f(x)$ zvezna funkcija definirana za $x > 0$ in taka, da velja $f(x_1) > f(x_2) > 0$, kadarkoli je $0 < x_1 < x_2$. Naj bo

$$S(x) = \int_x^{2x} f(t) dt$$

in $S(1) = 1$. Za vsak $a > 0$ je ploščina območja omejenega

- s premico, ki povezuje izhodišče in točko $(a, f(a))$,
- s premico, ki povezuje izhodišče in točko $(2a, f(2a))$ in
- s krivuljo $y = f(x)$

enaka $3S(a)$.

1. Izrazite $S(x)$ in $f(x) - 2f(2x)$ kot funkciji x -a.

2. Za $x > 0$, naj bo

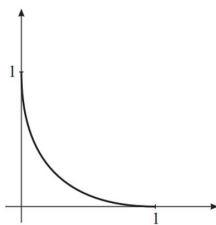
$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} 2^n f(2^n x).$$

Določite vrednost integrala

$$\int_x^{2x} g(t) dt$$

3. Določite funkcijo $f(x)$.

#53. Če z računalnikom narišemo množico točk (x, y) , ki ustrezajo enačbi $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$, dobimo



Je mogoče, da enačba $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ predstavlja del krožnice? Razmislite! Razložite! Utemeljite!

#54. Obravnajte rešitve kompleksne enačbe

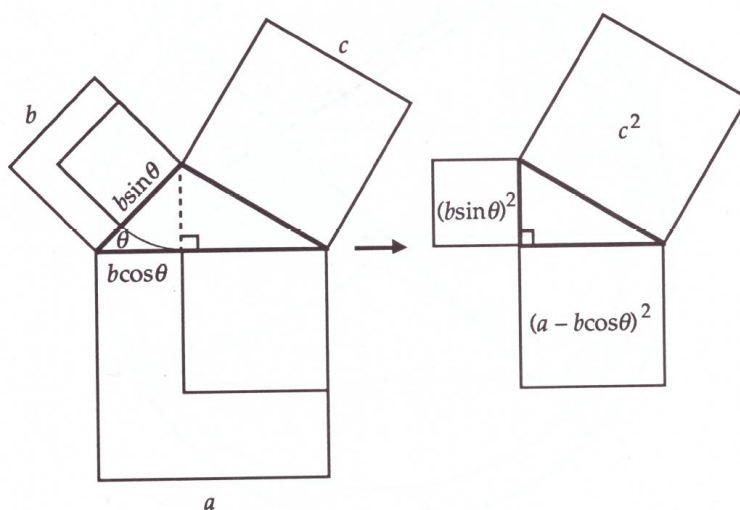
$$(4 - 2i)z\bar{z} + 15(5z + \bar{z}) = 40 + 2a + (40a - 20)i$$

v odvisnosti od parametra a . Določite pri katerih a -jih je rešitev ena sama in rešitev tedaj tudi določite.

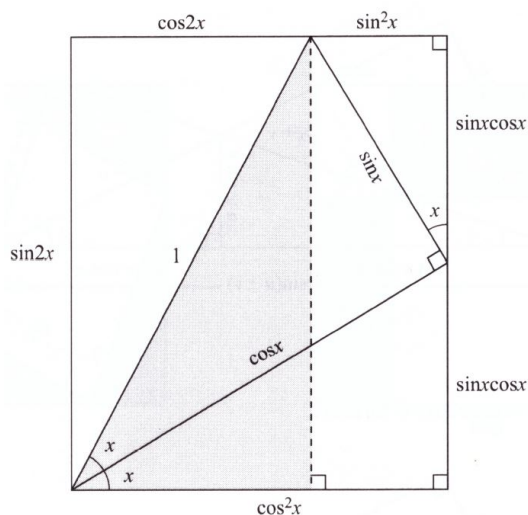
#55. Prvi potnik se je vkrcał na letalo s sto sedeži in se usedel na naključno izbrani sedež. Vseh 99 preostalih potnikov se je zaporedopma usedlo na svoj (na vozovnici predpisan) sedež, razen če je bil ta že prej zaseden. V tem primeru so se usedli na naključno izbrani od preostalih praznih sedežev. Kolikšna je verjetnost, da bo zadnji (stoti) potnik sedel na svojem sedežu?

#56. Točka $P(t, t^2)$ je točka na paraboli $y = x^2$. Krožnica z radijem $\sqrt{1 + 4t^2}$ se v točki P dotika parabole. Določite enačbo, ki opisuje središča krožnic za vse vrednosti t . Skicirajte.

#57. Dokazi brez besed: Kosinusni izrek

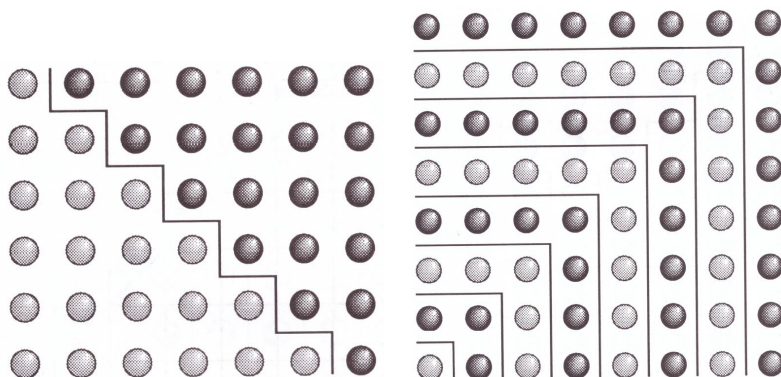


#58. Dokazi brez besed: Formuli za sinus in kosinus dvojnega kota



#59. Dokazi brez besed: Formuli za vsoto naravnih in lihih števil

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{1}{2}n(n+1) \quad 1 + 3 + \cdots + (2n-1) = n^2$$



#60. Dane so tri točke v prostoru $O(0, 0, 0)$, $A(\sqrt{2}, 0, 0)$ in $B(0, \sqrt{2}, 0)$ in krogla z radijem $\sqrt{6}$, ki ima pozitivno z -koordinato središča. Velja tudi, da so OA , OB in AB tangentne na kroglo.

1. Določite koordinate središča krogle.
2. Določite prostornino tistega dela krogle, ki je nad xy -ravnino.

#61. Določite a tako, da bo imel sistem enačb

$$\begin{aligned} |x-1| + |y-a| - 1 &= 0 \\ 1 + 2|x-1| + y &= 0 \end{aligned}$$

natanko tri rešitve.

#62. Izračunajte

(a) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$

(b) $1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{1 + \dots}}}$

(c) $1 + \frac{6}{1 + \frac{6}{1 + \frac{6}{1 + \dots}}}$

(d) $1 + \frac{n(n-1)}{1 + \frac{n(n-1)}{1 + \frac{n(n-1)}{1 + \dots}}}$

(e) $1 + \frac{n}{1 + \frac{n}{1 + \frac{n}{1 + \dots}}}$

(f) $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}$

#63. Izračunajte

a) $\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5\sqrt{1 + \dots}}}}}$

b) $\sqrt{1 + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{3}{2}\sqrt{1 + \frac{5}{2}\sqrt{1 + \frac{7}{2}\sqrt{1 + \dots}}}}}$

#64.

- a) Število S_n je število, ki ima v zapisu vse cifre od 9 do 0 zapisane zaporedoma n -krat (npr. $S_2 = 98\,765\,432\,109\,876\,543\,210$). Katero je najmanjše naravno število n , pri katerem je S_n deljivo z 11? Kaj pa analogne naloge kot na primer: R_n je število, ki ima zapis v katerem se številke 1010102 pojavijo zapisane zaporedoma n -krat. Na primer $R_2 = 10\,101\,021\,010\,102$. Katero je najmanjše naravno število n , pri katerem je R_n deljivo s 3?
- b) Naj bo $S(x)$ število števk števila x . Koliko je $S(S(2\,022^{2\,022}))$?
- c) Mlinar ima bakreni valj, ki tehta 40 kg. Kako naj mlinar razreže valj na 4 kose tako, da bo lahko na 'klasični prevesni tehtnici' stehal vsako celoštevilsko maso moke od 1 kg do 40 kg? Ali je to sploh mogoče?
-
-