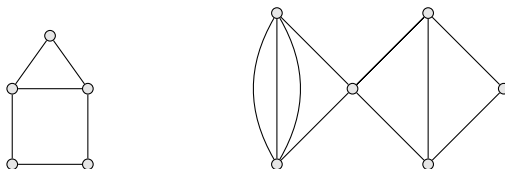


1. Naj bo T drevo s 17 vozlišči, ki so vsa stopnje 1 ali 4. Koliko vozlišč stopnje 4 ima T ? Nariši kakšno takšno drevo.
2. Naj bo T drevo z vsaj dvema vozliščema. Dana so števila vozlišč n_i stopnje i za $i = 2, \dots, k$ v T . Koliko ima T listov?
3. Gozd je graf, katerega vsaka komponenta povezanosti je drevo. Koliko povezav ima gozd z n vozlišči in k komponentami?
4. Določi število vpetih dreves v drevesu in v ciklu C_n ($n \geq 3$) in grafu G_{2n} , ki ga dobimo tako, da ciklu C_{2n} dodamo eno diagonalno.
5. Izračunaj število vpetih dreves za naslednje (multi)grafe.



6. Naj bo, za $n \geq 3$, G_{2n} graf, ki ga dobimo tako, da sodemu ciklu C_{2n} na vozliščih $\{0, 1, \dots, 2n-1\}$ dodamo povezavi med 0 in n ter 1 in $n-1$. Koliko vpetih dreves ima G_{2n} ?
7. Poišči $\tau(K_{2,n})$
8. Naj bo $A(G)$ matrika sosednosti grafa G . Dokaži, da $(A(G)^n)_{ij}$ pove koliko je različnih sprehodov dolžine n iz i v j . Uporabi slednje za izračun koliko je trikotnikov v G .
9. Naj bo T drevo v katerem imajo vsa vozlišča, ki so sosednja s kakšnim listom, stopnjo vsaj 3. Dokaži, da T vsebuje par listov s skupnim sosedom.

Dodatne naloge

10. Naj bo G graf brez ciklov na 100 vozliščih in z 90 povezavami. Koliko povezanih komponent ima G ?

11. Poiščite vsa neizomorfna drevesa na desetih vozliščih brez vozlišč stopnje 2.

Nato si oglej povezavi:

<https://www.youtube.com/watch?v=N7b0cLn-wHU>

https://www.youtube.com/watch?v=iW_LkYiuTKE

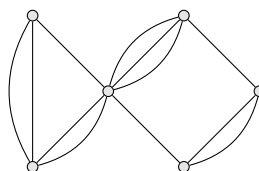
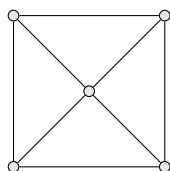
12. Dokaži, da v vsakem drevesu obstaja vozlišče, ki leži na vseh najkrajših poteh drevesa.

13. Naj bo T drevo na t vozliščih. Dokaži, da vsak graf G , za katerega velja $\delta(G) \geq t - 1$, vsebuje podgraf, ki je izomorfen drevesu T . Namig: indukcija na t .

14. Naj bodo $B_1, \dots, B_k$ bloki grafa G . Dokaži, da velja

$$\tau(G) = \tau(B_1)\tau(B_2) \cdots \tau(B_k).$$

15. Izračunaj število vpetih dreves za naslednje (multi)grafe.



16. Naj bo G_n graf dobljen tako, da staknemo n trikotnikov v enem vozlišču. Dokaži, da je $\tau(G_n) = 3^n$.

17. Dokaži, da ima vsako drevo brez vozlišč stopnje 2 vsaj en netrivialen avtomorfizem. Najdi drevo brez netrivialnih avtomorfizmov.

18. Pokaži, da če graf G ni povezan, potem je dimenzija jedra $L(G)$ vsaj 2.