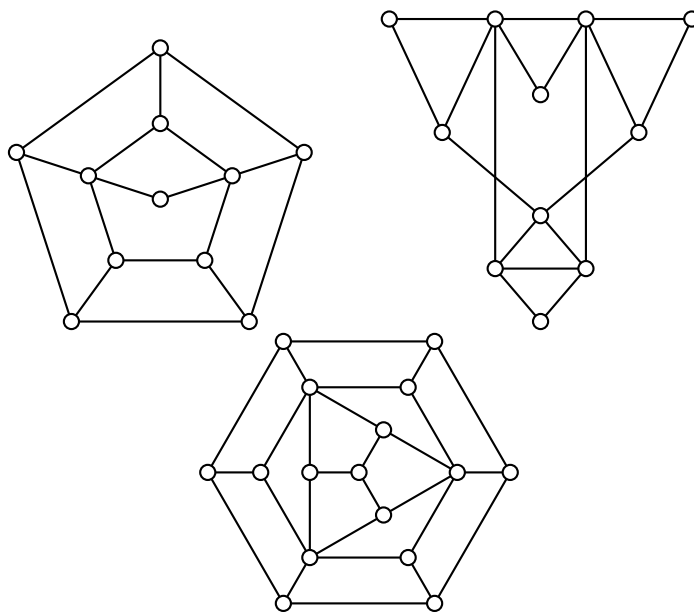
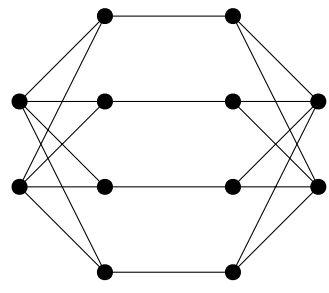
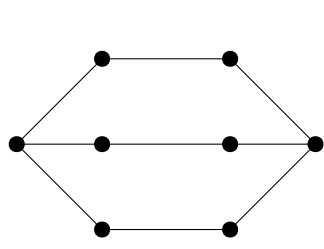


1. Za katere $n > 0$ so hiperkocke Q_n eulerjevi grafi. Za katere n, m, p so polni tridelni grafi $K_{n,m,p}$ eulerjevi?
2. Dokaži, da je kartezični produkt dveh eulerjevih grafov tudi eulerjev graf. Če je produkt eulerjev, ali sta tudi faktorja eulerjeva?
3. Kateri od grafov na spodnji sliki imajo hamiltonov cikel?



4. Dokaži, da Petersenov graf ni hamiltonov.
5. Naj bo G dvodelen graf in V_1, V_2 biparticija množice vozlišč grafa G . Pokažite, da če velja $|V_1| \neq |V_2|$, graf G nima hamiltonovega cikla.
6. Ali se lahko šahovski konjiček sprehodi po šahovnici velikosti 3×4 tako, da vsako polje obiše natanko enkrat in konča tam, kjer je začel? Zapišite kot problem iz teorije grafov in rešite.
7. Pokažite, da ima vsak 3-regularen graf na šestih vozliščih hamiltonov cikel. Poišči vse neizomorfne 3-regularne grafe na 6 vozliščih.
8. Dokaži, da če je vsaj eden izmed $n_1, n_2 > 1$ sod, potem je $P_{n_1} \square P_{n_2}$ hamiltonov, in da, če sta n_1, n_2 liha potem $P_{n_1} \square P_{n_2}$ ni hamiltonov.
9. Pokaži, da je kartezični produkt hamiltonovih grafov tudi hamiltonov.
10. Naj bo G_n , za $n \geq 3$ graf, ki ga dobimo iz dveh kopij $K_{n,n-2}$, tako da vozlišča iz prvega $K_{n,n-2}$ v biparticipiji velikosti n povežemo z njihovimi kopijami v drugem. Za katere n je graf G_n hamiltonov.

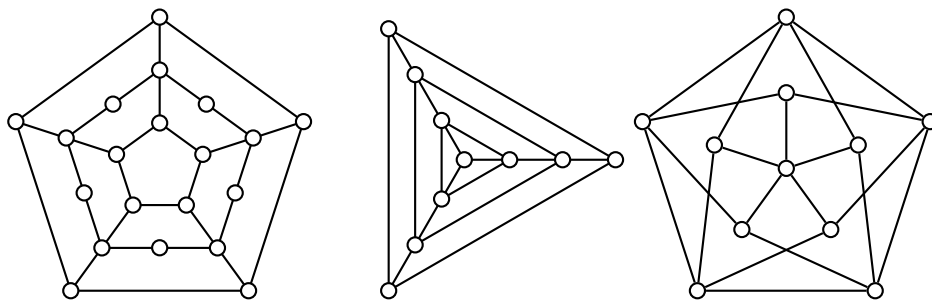


Dodatne naloge

11. Ali obstaja tako drevo T , da je $T \square C_3$ eulerjev? Ali obstajajo poljubno velika drevesa T' , da je $T' \square T'$ eulerjev?

12. Imamo 8 domin s pikami $(1 : 6)$, $(2 : 3)$, $(2 : 4)$, $(2 : 5)$, $(2 : 6)$, $(3 : 5)$, $(4 : 5)$ in $(4 : 6)$. Zlagamo eno poleg druge tako, da imata sosednji domini isto število pik na polovici, kjer se dotikata (na primer $(6 : 2)(2 : 3)(3 : 5) \dots$). Ali lahko vseh 8 domin razporedimo v ravno vrsto? Ali jih lahko razporedimo v pravokotnik? Predstavite vprašanji kot problema teorije grafov in ju rešite.

13. Ali je kateri od grafov na spodnji sliki hamiltonov?



14. Polni tridelni graf $K_{m,n,p}$, $m, n, p \geq 1$, vsebuje m rdečih, n črnih in p modrih vozlišč. Dve vozlišči grafa $K_{m,n,p}$ sta sosednji natanko tedaj, ko sta različne barve.

- Izračunajte število povezav grafa $K_{m,n,p}$.
- Za katere trojice (m, n, p) , $1 \leq m \leq n \leq p$, je graf $K_{m,n,p}$ eulerjev?
- Za katere n, p , $1 \leq n \leq p$, je graf $K_{1,n,p}$ hamiltonov?