

Matematika 1

3. kolokvij

1. Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+\sin x}{x} & ; x \neq 0 \\ c; & ; x = 0 \end{cases}.$$

- (a) Določi c , tako da bo funkcija f zvezna.
- (b) Ali je funkcija f odvedljiva v $x = 0$?
- (c) Ali je funkcija f zvezno odvedljiva v $x = 0$?

2. Določi realni števili a in b , tako da bo tangenta na krivuljo

$$y^2 e^{2x} = ay + x^2 + b$$

v točki $T(0, 3)$ pravokotna na premico z enačbo $x - 6y - 1 = 0$.

3. Izračunaj naslednji limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x \ln(x - 1)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

4. Tovarna konzerv uporablja konzervne škatle v obliki pokončnega krožnega valja. V kakšnem razmerju morata biti premer in višina valja, da je pri dani prostornini poraba pločevine za škatle najmanjša?

5. Natančno skiciraj graf funkcije

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x}{x-1}\right).$$

Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti, ničle, pole, obnašanje na robu definicijskega območja, asimptote, ekstreme, intervale naraščanja in padanja, prevoje, intervale konveksnosti in konkavnosti.