

## Diskretne strukture 2: kolokvij

12. april 2022

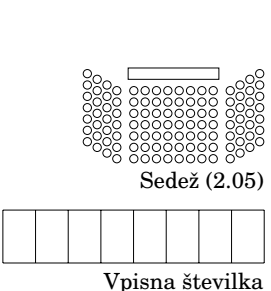
Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek \_\_\_\_\_

### 1. naloga (25 točk)

a) Določi povezanost grafa  $K_3 \square C_n$  za  $n \geq 3$ .

b) Ali  $K_4 \square C_n$ , za  $n \geq 3$ , vsebuje subdivizijo  $K_6$ ? Ali vsebuje subdivizijo  $K_7$ .



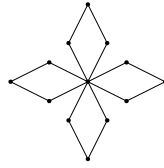
Sedež (2.05)

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
$\Sigma$	

**2. naloga (25 točk)**

Naj bo  $H_n$  graf, ki ga dobimo tako, da staknemo  $n$  4-ciklov v enem vozlišču, kjer je  $n \geq 1$ . Primer  $H_4$ :



a) Koliko avtomorfizmov ima  $H_n$ , za  $n \geq 2$ ?

b) Dokaži, da lahko  $H_n$ , za poljuben  $n \geq 1$ , izometrično vložimo v neko hiperkocko  $Q_m$ , kjer je  $m \geq 1$ ?

### 3. naloga (25 točk)

Naj bo  $G_n$  graf,  $n \geq 1$ , ki ga dobimo iz dveh kopij  $K_{1,n}$  tako, da vsako vozlišče stopnje 1 v prvem  $K_{1,n}$  povežemo z njegovo kopijo v drugem  $K_{1,n}$ . Dokaži, da je število vpetih dreves v  $G_n$  enako  $n3^{n-1}$ . Namig: uporabi rekurzijo in indukcijo, ali pa Laplaceovo matriko.

#### 4. naloga (25 točk)

Naj bodo  $n, m, p \in \mathbb{N}$  taki, da  $n \geq 3$  in  $1 \leq m \leq m + p \leq 2n - 1$ . Graf  $M_{n,m,p}$  dobimo na sledeč način. Začnemo z grafom  $P_{2n} \square P_{2n}$  z vozlišči  $V(P_{2n} \square P_{2n}) = \{(i, j) \mid i, j \in \{0, 1, \dots, 2n - 1\}\}$ . Nato odstranimo vozlišča  $\{(i, j) \mid i, j \in \{m, m + 1, \dots, m + p - 1\}\}$ . Za katere  $n, m, p$  je graf  $M_{n,m,p}$  hamiltonov?

Primer  $M_{5,4,2}$ :

