

1. V grupi S_7 poišči,
 - (a) red elementa $(1\ 2\ 3\ 4)$.
 - (b) red elementa $(1\ 2\ 3)(5\ 7)$.
 - (c) element, ki je reda 12.
 - (d) center grupe.
2. Imejmo grupa $GL(\mathbb{Z}_3, 2)$; v grupi so torej vse obrnljive matrike velikosti 2×2 s koeficienti iz $\mathbb{Z}_3$ (z operacijo množenja matrik po modulu 3). Poišči kak element reda 2 in reda 3 v $GL(\mathbb{Z}_3, 2)$. Poišči center $Z(GL(\mathbb{Z}_3, 2))$.
3. Naj bo $(\mathbb{Z}_{n_1} \times \mathbb{Z}_{n_2}, +)$ grupa, kjer operacijo seštevanja izvajamo po komponentah. Pokažite, da je grupa $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$ izomorfna grupi $\mathbb{Z}_6$ (obe z operacijo seštevanja).
4. Ali sta grupi $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ in $\mathbb{Z}_8$ izomorfni?
5. Zapišite Cayleyevo tabelo za grupo $(\mathbb{Z}_{12}^*, \cdot)$. Kateri znani grupi je izomorfna?
6. Ali je grupa $\mathbb{Z}_{14}^*$ izomorfna grupi $\mathbb{Z}_6$?
7. Najdi graf, katerega grupa avtomorfizmov je izomorfna:
 - (a) permutacijski grupi S_n
 - (b) $\mathbb{Z}_2^k = \mathbb{Z}_2 \times \dots \times \mathbb{Z}_2$
 - (c) grupi $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$
8. Grupo lahko podamo tudi z generatorji in relacijami. Recimo $G = \langle a, b \mid a^n = e, b^m = e, ab = ba \rangle$ je grupa vseh možnih množenj a in b (ter njihovih inverzov), kjer velja, da je $a^n = e, b^m = e, ab = ba$ (e označuje enoto). Koliko elementov ima G ? Kateri znani grupi je izomorfna?
9. Grupa G je določena z generatorjema a, b in relacijami $a^4 = e, b^2 = a^2$ in $aba = b$.
 - (a) Pokaži, da velja $bab = a$.
 - (b) Kakšna je moč grupe?

Dodatne naloge

10. Naj bo G grupa in $a \in G$. Pokažite, da je red elementa a^{-1} enak redu elementa a .

11. Na množici $\{a, b, c, d\}$ so definirane operacije $*_1, *_2, *_3$ in $*_4$, ki so podane s Cayleyevo tabelo. Katera od teh struktur je grupa?

$*_1$	a	b	c	d	$*_2$	a	b	c	d	$*_3$	a	b	c	d	$*_4$	a	b	c	d
a	a	c	d	a	a	a	b	c	d	a	a	b	c	d	a	a	b	c	d
b	b	b	c	d	b	b	c	d	a	b	b	a	d	c	b	b	a	c	d
c	c	d	a	b	c	c	d	a	b	c	c	d	a	b	c	c	b	a	d
d	d	a	b	c	d	d	a	b	c	d	d	c	b	a	d	d	d	b	c

12. Označimo s K, L, M množico konstantnih funkcij, množico lihih funkcij in množico strogo monotonih funkcij, ki slikajo iz $\mathbb{R}$ v $\mathbb{R}$. V te množice vpeljemo operacijo komponiranja funkcij. Kakšne strukture dobimo?

13. Naj bo G grupa s sodim številom elementov. Pokažite, da v G obstaja element reda dva.

14. Poiščite najmanjšo podgrupo grupe permutacij S_4 , ki vsebuje permutaciji $(1\ 2)(3\ 4)$ in $(1\ 4)$.