

$\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ odprta množica, $f, g_1, g_2, \dots, g_m : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ zvezno odvedljive funkcije.

Problem VEN:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \text{ za } x \in \Omega \\ & g_1(x) \leq 0 \\ & g_2(x) \leq 0 \\ & \dots \\ & g_m(x) \leq 0 \end{aligned}$$

Točka $x^* \in \Omega$ ustreza pogojem KKT, če $\exists \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \geq 0$, tako da

1. $\nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(x^*) = 0$,
2. $\lambda_i g_i(x^*) = 0$ za $i = 1, 2, \dots, m$, in
3. $g_i(x^*) \leq 0$ za $i = 1, 2, \dots, m$.

1. Poišči minimum in maksimum funkcije $f(x, y, z) = x + y + z$ v $\mathbb{R}^3$ pri pogoju $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$.
2. Poišči optimalno rešitev problema vezanih ekstremov z neenačbami

$$\begin{aligned} \min \quad & x^2 + y^2 + z^2 + 2xz - 3x - z + 2 \\ & x - y \leq 1 \\ & y - z \leq 3 . \end{aligned}$$

3. Poišči optimalno rešitev problema vezanih ekstremov z neenačbami

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 12x - 4y \\ & 2x + y \leq 1 \\ & x \geq 0 \\ & x + y \geq 0 . \end{aligned}$$

4. Poišči optimalno rešitev problema vezanih ekstremov z neenačbami

$$\begin{aligned} \min \quad & x^2 - 4x + y^2 - 6y + 8 \\ & x^2 - x + y^3 + \ln y \leq 1 \\ & -2y + 1 \leq 0 \\ & x + 2y \leq 3 . \end{aligned}$$

Namig: v optimalni rešitvi sta dva pogoja izpolnjena z enačajem.

5. Dan je sledeči problem vezanega ekstrema z neenačbami:

$$\begin{aligned} \min & 1/x + 1/y \\ & 4x + y \leq 12, \\ & x \geq 1, \\ & y \geq 1. \end{aligned}$$

Dokaži, da je $(x, y) = (2, 4)$ optimalna rešitev.

6. Poišči minimum funkcije $f(x, y) = y$ na množici $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, x + y \geq 0, x \geq y^2\}$.

7. Poišči minimum funkcije $f(x, y) = 2x^2 - 2xy + y^2 - 6x - 2y$ pri pogojih

$$\begin{aligned} x + y & \leq 2, \\ 2x - y & \leq 2. \end{aligned}$$