

Izbrana Poglavlja iz Matematike, Drugi kolokvij

16. maj 2022

Čas pisanja je 105 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

V $\mathbb{Q}[x]$ je dan polinom $p = x^3 - x - 1$.

- a) (10 točk) Pokaži, da je $K = \mathbb{Q}[x]/(p)$ obseg.
- b) (15 točk) Poišči inverz elementa $x^2 + (p)$ v K .

2. naloga (25 točk)

- a) (15 točk) Ali obstaja neničeln homomorfizem kolobarjev $\phi : \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{C}$?
- b) (10 točk) Poišči nekomutativen kolobar K in komutativen kolobar L , tako da med njima obstaja neničeln homomorfizem $\psi : K \rightarrow L$.

3. naloga (25 točk)

Naj bo F razpadni obseg polinoma $x^4 - 5x^2 + 6 \in \mathbb{Q}[x]$.

- a) (15 točk) Določi stopnjo in bazo razširitve F nad \mathbb{Q} .
- b) (10 točk) Ali je razširitev enostavna?

4. naloga (25 točk)

Naj bodo A_1, A_2, B_1, B_2 podmnožice evklidskega prostora \mathbb{R}^n .

- a) (15 točk) Če je $A_1 \approx A_2$ in $B_1 \approx B_2$, dokaži, da je $A_1 \times B_1 \approx A_2 \times B_2$.
- b) (10 točk) Ali velja obratno? Tj. ali iz $A_1 \times B_1 \approx A_2 \times B_2$ sledi $A_1 \approx A_2$ in $B_1 \approx B_2$?