

2. izpit iz Matematike 1 (MAT-PRA)

19. avgust 2022

Čas pisanje je 120 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

1. Izračunajte kompleksno število

$$w = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^{21}$$

in nato poiščite vsa kompleksna števila z , ki ustrezajo enačbi

$$z(\bar{z} - 1) = w + 3.$$

2. Dana je vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n - x^{n-1}}{x^{2n}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (a) Za katera realna števila x je vrsta konvergentna?
(b) Izračunajte N -to delno vsoto

$$\sum_{n=1}^N \frac{x^n - x^{n-1}}{x^{2n}}.$$

- (c) Za tiste x , za katere vrsta konvergira, izračunajte njeno vsoto.

3. Dana je krivulja

$$y = \frac{x^2}{1 + x^2}.$$

Med vsemi pravokotniki, ki imajo po dve oglišči na krivulji in dve na njeni asimptoti, poišči tistega, ki ima največjo ploščino. Izračunajte jo.

4. Izračunajte volumen vrtenine, ki nastane z vrtenjem grafa funkcije

$$f(x) = e^{-x} \sin x$$

okoli pozitivnega dela osi x .