

3. izpit iz Matematike 1 (MAT-PRA)

1. september 2022

Čas pisanje je 120 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

1. Dano je zaporedje s splošnim členom

$$a_n = \frac{3n - 1}{n^2 - 2}$$

za $n \geq 2$. Pokaži, da je zaporedje padajoče, omejeno in konvergentno. Od katerega člena dalje se vsi členi zaporedja razlikujejo od limite za manj kot $\varepsilon = \frac{1}{100}$.

2. S pomočjo L'Hospitalovega pravila in razvoja v Taylorjevo vrsto izračunajte naslednji limiti.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{x \sin(x^2)}$

3. Funkcija f je dana s predpisom

$$f(x) = (x^2 - 4x + 5)e^x.$$

- (a) Določite definicijsko območje, ničle, lokalne ekstreme in prevoje.
- (b) Ali je funkcija f : (i) soda/liha? (ii) injektivna? (iii) surjektivna?
- (c) Skicirajte graf funkcije f .

4. Izračunajte nedoločeni integral

$$\int x(x^2 + 1)e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$