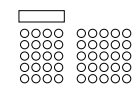


Diskretne strukture 2: 3. izpit

6. september 2022

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek



Sedež (2.03)

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

a) Naj bo $P(5,2)$ Petersenov graf in P_n pot z $n \geq 2$ vozlišči. Poišči povezanost $\kappa(P(5,2) \square P_n)$ (na vajah smo pokazali, da je $\kappa(P(5,2)) = 3$).

b) Ali je $P(5,2) \square P_n$ eulerjev? Ali je hamiltonov?

2. naloga (25 točk)

a) Dokaži, da ne obstaja taka vložitev ravninskega grafa, ki bi imela vsa lica dolžine 6 ali več. Naj bo G 3-regularen ravninski graf, vložen tako, da imajo vsa lica dolžino 4 ali 6. Koliko lic dolžine 4 ima G ?

b) Dokaži, da hiperkocka Q_n vsebuje subdivizijo K_{n+1} za $n \geq 1$, ne pa subdivizije K_{n+2} .

3. naloga (25 točk)

Naj bo D_9 diederska grupa generirana z a in b in velja $a^9 = b^2 = (ab)^2 = e$, kjer je e enota grupe.

a) Ali velja $a^{44}b^5a^4b^{-7} = a^{-5}$?

b) Poišči podgrupo H_1 grupe D_9 , ki ima 3 elemente. Poišči podgrupo H_2 grupe D_9 , ki ima 6 elementov. Ali sta H_1 in H_2 edinki? Svoje trditve dokaži!

c) Naj bo $H = \{e, b\}$ edinka v D_9 (ni potrebno preverjati, da je edinka). Koliko elementov ima D_9/H ? Kateri preprosti grupi je D_9/H izomorfna? Svoje trditve dokaži!

4. naloga (25 točk)

a) Imejmo kolobar $K_1 = \mathbb{Z}_{100}[x]$. Poišči linearen polinom v K_1 , ki je inverz za množenje polinoma $50x + 39$ v K_1 .

b) Imejmo kolobar $K_2 = \mathbb{Z}_{103}[x]$. Naj bo $I = \langle x^2 + 5x + 6 \rangle = \{p(x)(x^2 + 5x + 6) \mid p(x) \in \mathbb{Z}_{103}[x]\}$ ideal v kolobarju K_2 (ni potrebno dokazovati, da je ideal). Koliko elementov ima K_2/I ? Najdi kak element, ki je delitelj nič v K_2/I . Ali v K_2/I velja $x^3 + I = 18x + 30 + I$?

c) V $K_3 = \mathbb{Z}_{125}[x]$ imejmo polinom $p(x) = x^{100}(x - 1)^{100}$. Poišči vse ničle polinoma $p(x)$ nad $\mathbb{Z}_{125}$.