

Brahistohrona, dodatne naloge

1. Numerično izračunajte čas potovanja kroglice, ki jo spustimo po paraboli z začetno točko T_1 , končno točko T_2 in z vodoravno tangento v T_2 .
2. Določite potencialno polje ΔU , odvisno od višine y , da bo daljica med T_1 in T_2 brahistohrona. V kaj se integral za izračun časa potovanja kroglice, $\int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + y'(x)^2} / \sqrt{-2\Delta U/m} dx$, poenostavi?

Statistične simulacije

1. Sestavite funkcijo `mojrand(p, q, a, c, m, x0)`, ki zgenerira matriko $P \in \mathbb{R}^{p \times q}$ naključnih števil med 0 in 1 na podlagi multiplikativnega kongruenčnega generatorja. Pri tem so a , c in m parametri generatorja in x_0 seme.
Porazdelitev števil za izbrane parametre preverite z ukazom `histogram`.
2. Simulirajte metanje klasične igralne kocke za veliko število ponovitev. Frekvence števil 1–6 preverite z ukazom `histogram`. Problem posplošite na simulacijo metanja dveh ali več kock, pri čemer nas zanimajo frekvence vsote števil na vseh kockah.
3. Sestavite funkcijo `racunanje_pi(N)`, ki aproksimira število π . Naključno izbiramo pare števil (x, y) v kvadratu $[0, 1] \times [0, 1]$. Označimo z N število vseh izbir, s K pa število tistih izbir, za katere je $x^2 + y^2 \leq 1$. Potem je

$$\pi \approx \frac{4K}{N}.$$

Iz simulacij ocenite hitrost konvergence v odvisnosti od N .

4. Sestavite funkcijo `monte_carlo1(f, a, b, N)`, ki aproksimira integral

$$\int_a^b f(x) dx$$

po Monte Carlo metodi "povprečne vrednosti". Izračunajte približek za π in ocenite hitrost konvergence v odvisnosti od N .

5. 🎯 Posplošite prejšnjo nalogo in sestavite funkcijo `monte_carlo3(f, a1, b1, a2, b2, a3, b3, N)`, ki aproksimira integral

$$\int_{a_3}^{b_3} \int_{a_2}^{b_2} \int_{a_1}^{b_1} f(x, y, z) dx dy dz$$

po Monte Carlo metodi.

6. Definirajte metodo `x = randhat(n)`, ki vrne vektor x , velikosti n , naključnih elementov. Elementi vektorja x so izbrani naključno na intervalu $[-1, 1]$ glede na "hat" verjetnostno porazdelitev,

$$\rho(x) = \begin{cases} x + 1, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1 - x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}.$$

Najprej definirajte pomožno metodo `y = rhohat(x)`, ki vrne vrednost funkcije $\rho(x)$ za dani x . Nato s pomočjo vgrajene funkcije `rand` in pomožne funkcije zgenerirajte ustrezne naključne elemente vektorja x . Opomba: Dano porazdelitev lahko interpretiramo kot zvezno različico porazdelitve iz naloge 2 za dve igralni kocki.

7. 🎯 Sestavite program `vrata(n, strategija)`, ki simulira igro s tremi vrati (Monty Hall problem). Pri tem je n število ponovitev igre, z drugim parametrom pa ločite dve strategiji igranja: "vedno ostani zvest prvi izbiri" in "vedno zamenjaj prvo izbrana vrata". Program naj tudi izračuna delež zadetkov.

🎯² Posplošite nalogo na primer, ko je danih N vrat.