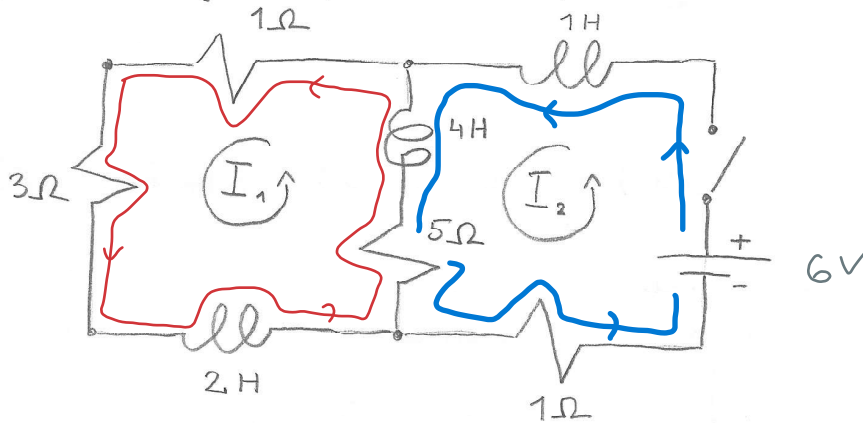


Podano je vezje na spodnji sliki



vklopimo stikalo $\rightarrow I(0) = 0, t=0$
 $I(t) = ? , t > 0$

Napišite sistem diferencialnih enačb s pomočjo Kirchhoffovih zakonov. Koliko je tok $I(t)$ za začetni problem $I(0) = 0$?

Problem prevedite na reševanje posplošenega problema lastnih vrednosti.

- rešiti moramo NDE
1. Kirchhoffov zakon: vsota tokov v vozlišču je enaka 0.
 2. Kirchhoffov zakon: vsota padcev napetosti je enaka vsoti napetosti vseh virov.
- napetost $\downarrow$ upor $\downarrow$ tok $\downarrow$ indukcija (tuljava) $\downarrow$
- $U = RI + L \dot{I}$ čez meduji upor teče tok $I_1 - I_2$

leva zanka: $5(I_1 - I_2) + 4(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) + 4I_1 + 2\dot{I}_1 = 0$

desna zanka: $5(I_2 - I_1) + 4(\dot{I}_2 - \dot{I}_1) + I_2 + \dot{I}_2 = 6$

v matrični obliki

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}}_{\dot{I}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -9 & 5 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}}_I + \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

homogeni del rešitve: $A \dot{I} = B I \Rightarrow I_H(t) = e^{A^{-1} B t} I_0$

$B^{-1} A \dot{I} = I$
 da se normalizira
 da velja ta nastanek

matrična funkcija

kako najdemo matrično funkcijo?

$$A = Q D Q^{-1}, D = \begin{bmatrix} d_1 & & \\ & d_2 & \\ & & \ddots \end{bmatrix}$$

$$f(A) = Q \begin{bmatrix} f(d_1) & & \\ & f(d_2) & \\ & & \ddots \end{bmatrix} Q^{-1}$$

Za izračun matrične funkcije potrebujemo lastne vrednosti in vektorje posplošenega problema lastnih vrednosti $Bx = \lambda Ax$

Matlab:

$$BV = AVD \quad ([V, D] = \text{eig}(B, A))$$

↑ ↑
matrica desnih last. vred. diagonalna matrica
lepnih vrednosti
 $V = [v_1 \dots v_n]$

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5767 & \\ & -0.8371 \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1}B = VDV^T \Rightarrow I_+(t) = e^{A^{-1}Bt} I_0 = V \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & & \\ & \ddots & \\ & & e^{\lambda_m t} \end{bmatrix} \underbrace{V^T \cdot I_0}_{=: \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix}} \\ = c_1 v_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 v_2 e^{\lambda_2 t}$$

partikularna rešitev predstavlja stacionarno stanje ($t \rightarrow \infty$):
oz. $\dot{I} = 0$ kar sr tok stabiliziran
 $0 = BI_p + \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow I_p = -B^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \underline{I(t) = c_1 v_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 v_2 e^{\lambda_2 t} + I_p}$$

račetni pogoj: $I(0) = c_1 v_1 + c_2 v_2 + I_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ 0.7251 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} -0.1208 \\ -1.000 \end{bmatrix}, \quad I_p = \begin{bmatrix} 1.0345 \\ 1.8621 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = -I_p \Rightarrow \begin{matrix} c_1 = -0.8872 \\ c_2 = 1.2188 \end{matrix}$$