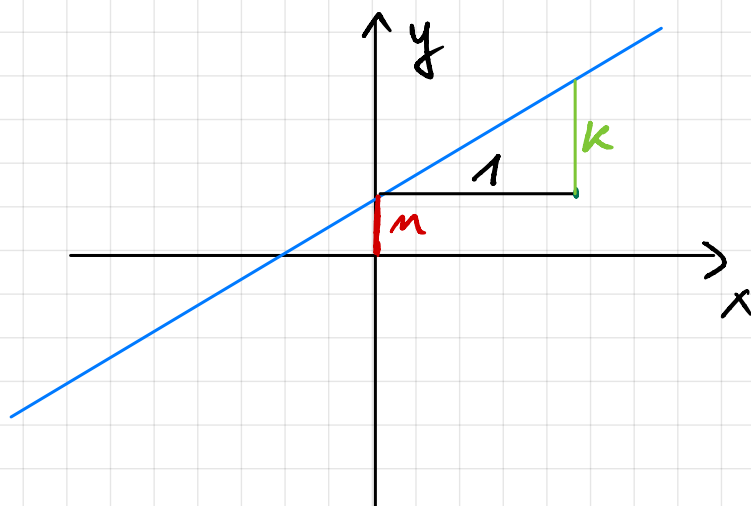


ELEMENTARNE FUNKCIJE

1. Določi enačbo premice, ki poteka skozi točki (1, 2) in (2, 5).

Premica v ravnini



$y = \underline{k}x + \underline{n}$

računska vrednost
smerni koeficient

Premica je graf linearne funkcije $f(x) = kx + n$.

Naš primer $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in p$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow k = \frac{5 - 2}{2 - 1} = \underline{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 3x + n \xrightarrow[y=2]{x=1} 2 = 3 + n \Rightarrow \underline{n = -1}$$

$$\underline{y = 3x - 1}$$

Opomba V enačbo $y = kx + n$ vstavimo obe točki in dobimo sistem enačb

$$\left. \begin{array}{l} (1, 2): 2 = k \cdot 1 + n \\ (2, 5): 5 = k \cdot 2 + n \end{array} \right\} \begin{array}{l} k + n = 2 \\ 2k + n = 5 \end{array} \Rightarrow k = 3, n = -1$$

2. Določi enačbo premice, ki je pravokotna na premico $x + 2y = 1$ in poteka skozi točko (1, 2).

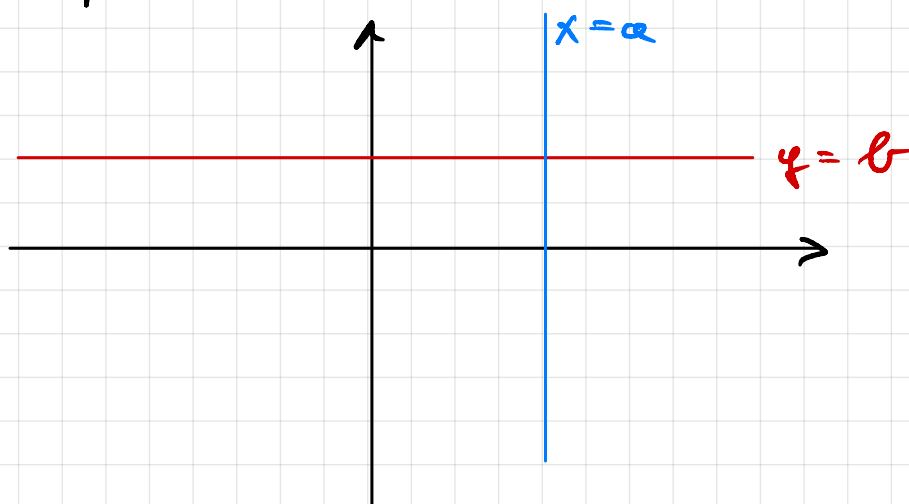
Premici z enačbama $y = k_1x + n_1$ in $y = k_2x + n_2$ sta pravokotni, če:

$$\underline{k_1 k_2 = -1 \Leftrightarrow k_2 = -\frac{1}{k_1}}$$

Opomba Če je $k_1 = 0 \Rightarrow k_2$ ne obstaja

$k_1 = 0 \Rightarrow$ premica je vodoravna ($y = b$).

Premica, ki je pravokotna nanjo je
navpična ($x = a$).



$$p_1: x + 2y = 1$$

Iščemo p_2 , $p_2 \perp p_1$ in $(1, 2) \in p_2$.

$$\begin{array}{c} \textcircled{x + 2y = 1} \Rightarrow 2y = 1 - x \Rightarrow \textcircled{y = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2}} \Rightarrow \underline{k_1 = -\frac{1}{2}} \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \uparrow \\ \text{implicitna} \qquad \qquad \qquad \text{eksplicitna} \\ \text{enačba} \qquad \qquad \qquad \text{enačba} \end{array}$$

$$\Rightarrow \underline{k_2} = -\frac{1}{k_1} = -\frac{1}{-1/2} = \underline{2}$$

$$p_2: y = 2x + n \xrightarrow[\textcircled{y=2}]{\textcircled{x=1}} 2 = 2 + n \Rightarrow n = 0$$

$$p_2: \underline{y = 2x}$$

3. Poišči vse kvadratne funkcije f , za katere velja $f(1) = 1$ in $f(2) = 2$. Katera od dobljenih funkcij zadošča $f(-1) = 7$?

Kvadratna funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

Graf $f(x)$ je parabola.

Naš primer $f(1) = a + b + c \stackrel{(1)}{=} 1$
 $f(2) = 4a + 2b + c \stackrel{(2)}{=} 2$

$(2) - (1) : 3a + b = 1 \Rightarrow \boxed{b = 1 - 3a} \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$
 $\Rightarrow \underbrace{a + (1 - 3a) + c}_{1 - 2a} = 1 \Rightarrow \boxed{c = 2a}$

Dobimo: $f(x) = \underline{ax^2 + (1 - 3a)x + 2a}$

2 dodatnim pogojem dobimo:

$f(-1) = a + \underbrace{(1 - 3a)(-1)}_{3a - 1} + 2a = 7$

$6a - 1 = 7$

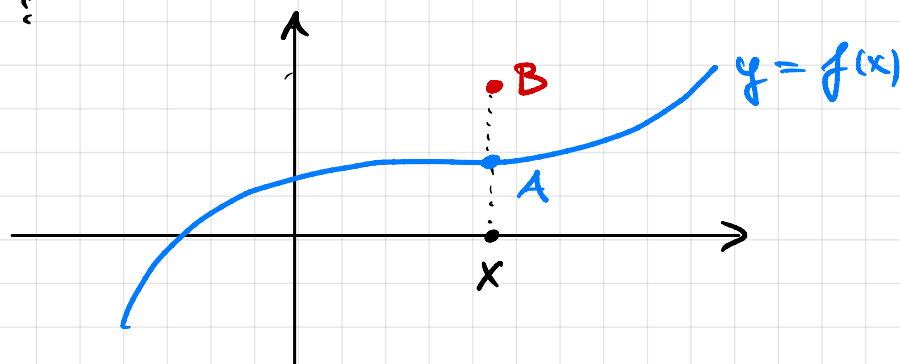
$6a = 8 \Rightarrow \underline{a = \frac{4}{3}}$

$\Rightarrow \underline{f(x) = \frac{4}{3}x^2 - 3x + \frac{8}{3}}$

Opomba:

skorj tri točke v ravnini obsejajo natanko ena parabola, če točke ne ležijo na skupni premici in nobeni dve nima enake abscise. *

Pogoj * je neju za obsej grafa skorj dve točki:



6. Skiciraj graf polinoma $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

Niĉle

Ugotovimo $x = -1$ (kandidati so cele niĉle polinoma & celinski koeficienti so delitelji prostega člena $a_0 (= 4)$)

Horner

	1	-3	0	4
-1		-1	4	-4
	1	-4	4	0

KOEFICIENTI
KOLIČNIKA

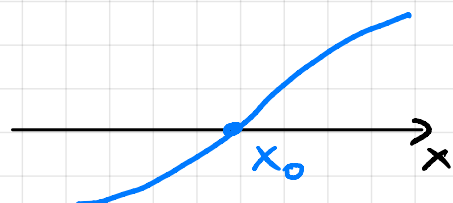
UREDNOST $f(x)$ V $x = -1$

$$f(x) = (x+1)(x^2 - 4x + 4) = (x+1)^1 (x-2)^2$$

$x = -1$ je niĉla ① stopnje

$x = 2$ — || — ② stopnje

• Graf v niĉli 1. stopnje :



graf reka x-os
pod nekim kotom

• Graf v niĉli lihe stopnje > 1 :



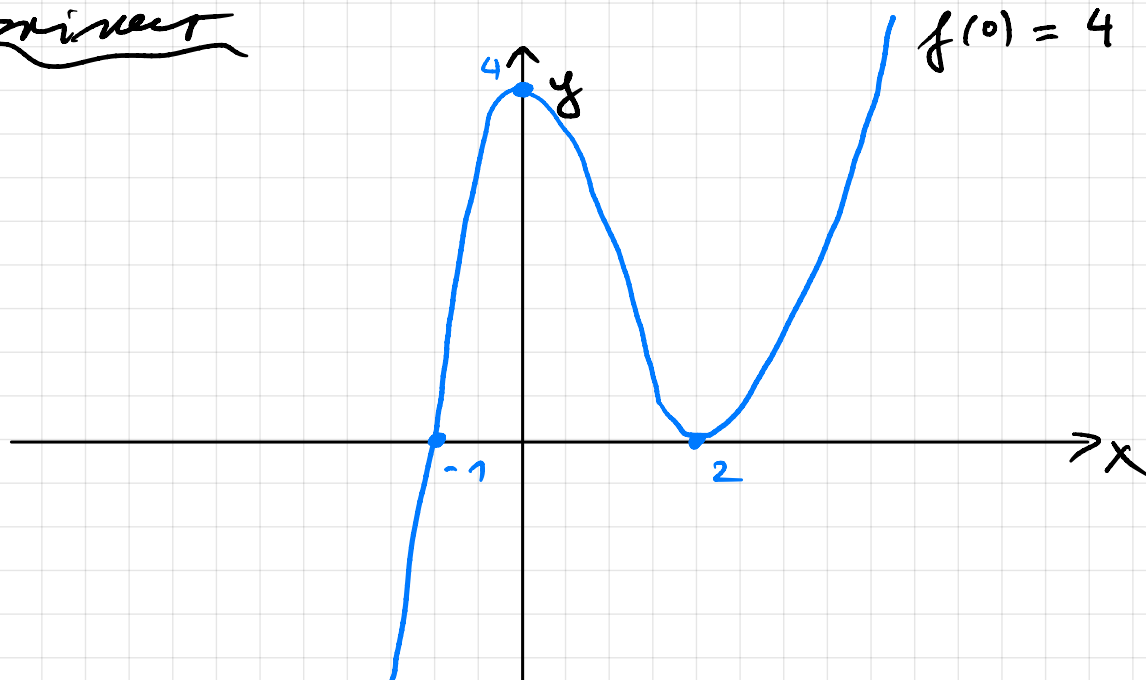
graf "vodoravno"
reka x-os

• Graf v niĉli sode stopnje :



graf "se odbiije"
od osi x

Nas priimec



Za velike x ($x \rightarrow \infty$ ali $x \rightarrow -\infty$) se $f(x)$ vede kot vodilni člen: $f(x) = x^3 - 3x + 4$.

5. Reši sistem

$$\begin{aligned} x^2 + xy &\stackrel{(1)}{=} 15 \\ y^2 + xy &\stackrel{(2)}{=} 10 \end{aligned}$$

$$(1) \Rightarrow y = \frac{15 - x^2}{x} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \left(\frac{15 - x^2}{x} \right)^2 + 15 - x^2 = 10$$

$$\frac{225 - 30x^2 + x^4}{x^2} + 15 - x^2 = 10 \quad \left\{ \cdot x^2 \right.$$

$$\cancel{x^4} - 30x^2 + 225 + 15x^2 - \cancel{x^4} = 10x^2$$

$$225 = 25x^2 \Rightarrow 9 = x^2 \Rightarrow \boxed{x = \pm 3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{15 - 9}{\pm 3} = \frac{6}{\pm 3} = \pm 2$$

Rešitvi $(\pm 3, \pm 2)$

7. Skiciraj grafe naslednjih racionalnih funkcij.

(a) $f(x) = \frac{x-3}{x+4}$,

(b) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$,

(c) $f(x) = \frac{x^2+2x-15}{x^2+5x+6}$,

(d) $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+x-2}$.

(a) $f(x) = \frac{x-3}{x+4}$

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$$

• $x = -4$ je pol 1. stopnje $\left(f(x) = \frac{P(x)}{Q(x) \underbrace{(x-a)^k}_{\substack{\uparrow \\ x=a \text{ pol} \\ \text{stopnje } k}}} \right)$

• $x = 3$ je ničla 1. stopnje

• $f(0) = -\frac{3}{4}$

• Asimptota: $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} \leftarrow \text{polinoma}$

$$P(x) : Q(x) = K(x)$$

$\nwarrow$ količnik

Če je $K(x)$ linearna funkcija je ta premica asimptota.

$$\begin{array}{r} x-3 : x+4 = 1 \\ -x+4 \\ \hline -7 \end{array}$$

$K(x) = 1$ količnik
 $O(x) = -7$ ostanek

AS : $y = 1$