

Vaje 21.10.2021: Napake in navadna iteracija

1. Povej, kje nastopi težava in pretvori v stabilnejšo obliko:

(a) $x(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$,

(b) $\frac{1 - \cos x}{x^2}$.

Rešitev: glej poglavje 2.4, naloga 8 v Splošna zbirka vaj.

2. Poišči rekurzivno formulo za računanje integralov

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{x-1} dx, \quad n = 0, 1, \dots$$

in s pomočjo Matlaba izračunaj prvih 13 približkov. Kaj se dogaja z napakami približkov? Kako lahko rekurzivno formulo preoblikujemo, da bomo dobili točnejše rezultate?

3. Ničlo funkcije $f(x) = x^5 - 10x + 1$ iščemo z iteracijo

$$x_{r+1} = \frac{x_r^5 + 1}{10}.$$

- (a) Utemeljite, da ima funkcija f na intervalu $[0, 0.2]$ natanko eno ničlo.
- (b) Pokažite, da začetni približek $x_0 = 0$ zagotavlja konvergenco k tej ničli.
- (c) Ocenite v koliko decimalkah se približek x_2 ujema s točnim rezultatom.

Rešitev: naloga 5.3 v Nekaj nalog iz vaj iz prejšnjih let.

4. Iteracijska funkcija g je dana s predpisom

$$g(x) = -x^2 + 8x - 12.$$

- (a) Določite negibne točke in njihovo privlačnost oz. odbojnost.
- (b) Za katere začetne približke nam konvergenčni izrek zagotavlja konvergenco?
- (c) Za katere začetne približke iteracija dejansko konvergira?

Rešitev: glej poglavje 3.5, naloga 12 v Splošna zbirka vaj.