

Vaje 11.11.2021: LU razcep, število operacij

1. Izračunaj LU razcep z delnim pivotiranjem in izračunaj $\det(A)$:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -4 & 2 \\ 3 & -2 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Izračunaj LU razcep s kompletnim pivotiranjem in reši sistem $Ax = b$:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 2 & -6 \\ -3 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 8 \\ 14 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

3. Sestavite učinkovit algoritem za LU razcep brez pivotiranja tridiagonalne matrike

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & & & & \\ c_1 & a_1 & b_2 & & & \\ & c_2 & a_3 & b_3 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & c_{n-2} & a_{n-1} & b_{n-1} \\ & & & & c_{n-1} & a_n \end{bmatrix}$$

in preštejte število operacij. Nato napišite še algoritem za reševanje sistema $Ax = z$, kjer je A tridiagonalna, in preštejte število operacij.

Namig: Najprej poiščite LU razcep za konkretno tridiagonalno matriko, na primer

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Rešitev: glej poglavje 6.6, nalogi 17 in 18 v Splošna zbirka vaj.

4. Opiši postopek za reševanje sistema linearnih enačb

$$\begin{bmatrix} U & -I \\ B & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix},$$

kjer je $B = LU$ nesingularna matrika z danim LU razcepom. Preštej število operacij.

Rešitev: naloga 7.3 v Nekaj nalog iz vaj iz prejšnjih let.

5. Dana je nesingularna matrika A , skupaj z inverzom A^{-1} . Zapiši algoritem za izračun inverzne matrike B^{-1} , kjer je

$$B = \begin{bmatrix} A & u \\ v^T & \alpha \end{bmatrix}; \quad u, v \in \mathbb{R}^n, \alpha \in \mathbb{R}.$$

Preštej število potrebnih operacij.

Rešitev: naloga 7.6 v Nekaj nalog iz vaj iz prejšnjih let.