

Matematika v praksi, 3. izpit

1. september 2014

1. naloga (10 točk)

Prijatelja Gaber in Lazar že eno leto razmišljata o dopustu na grškem Folegandrosu. V ta namen sta na začetku lanskega avgusta na banki odprla skupni varčevalni račun z nespremenljivo 6-mesečno obrestno mero 3%. Vsak od njiju je na račun na začetku položil 100 €, nato pa vsak mesec še 25 €.

- a) Izračunaj, koliko denarja je bilo na njunem računu letošnjega avgusta.
- b) Letalska vozovnica do Folegandrosa je na začetku lanskega avgusta stala 150 € po osebi. Cena vozovnice je s časom v povprečju rasla 7% na mesec. Izračunaj, kolikšna je bila cena ene letalske vozovnice letošnjega avgusta.
- c) Kdaj je bilo na računu prvič dovolj denarja, da sta Gaber in Lazar lahko opravila nakup vozovnic?
- d) Upoštevajoč nakup letalskih kart ob času, določenem v prejšnji točki, izračunaj, koliko denarja je bilo na njunem računu letošnjega avgusta.

2. naloga (10 točk)

Dopustnika Gaber in Lazar na grškem otoku v mivki najdeta zakopan skriti zaklad. Skrinja vsebuje tri starodavne predmete, ki si jih Gaber in Lazar razdelita s Knasterjevim postopkom. Oddane ponudbe so zbrane v naslednji tabeli.

	zemljevid Kikladov	mošnja drahme	trebušasta amfora
Gaber	40	10	140
Lazar	70	70	120

- a) Določi, kdo prejme kateri predmet.
- b) Kolikšno denarno nadomestilo mora vsak doplačati ali prejeti?
- c) S tabelo ponazori, kako vsak ocenjuje prejeto vrednost za oba. Ali pride do zavisti?

3. naloga (10 točk)

Dopustnika Gaber in Lazar na grškem otoku najdeta skriti zaklad. Poleg starodavnih predmetov na dnu skrinje leži kos papirusa z naslednjim opozorilom.

Pošast nad te, Grk! (Perzijec, reši se z 81270 338100 324818. Uporabi 709 991 7.)

Izgleda, da je skrinja z zakladom pravzaprav Trojanski konj, ki so ga Perzijski pred tisočletji nastavili Grkom. Če skrinjo slučajno odpre Perzijec, se pred pošastjo lahko reši z zašifrirano pomočjo.

- a) Prepričaj se, da sta 709 in 991 najbrž praštevili: izvedi eno ponovitev Fermatovega testa s številom 709 in Miller-Rabinovega testa s številom 991.
- b) Gaber in Lazar utemeljeno sumita, da so Perzijci rešitev šifrirali s starodavno različico RSA algoritma in pri tem za ključ uporabili praštevili $p = 709$ in $q = 991$. Tretje število na papirusu torej najverjetneje predstavlja število $d = 7$ zasebnega ključa Perzijcev. Glede na to dešifriraj tri sporočila s papirusa. Črke in številke pri tem menjaj po pravilu $A \leftrightarrow 10, B \leftrightarrow 11, C \leftrightarrow 12, D \leftrightarrow 13, \dots, X \leftrightarrow 33, Y \leftrightarrow 34, Z \leftrightarrow 35$.

4. naloga (10 točk)

Dopustnika Gaber in Lazar na grškem otoku najdeta skriti zaklad. Po odprtju skrinje zadovoljna počivata na plaži, ko ju iznenada napade mitološka hidra z devetimi glavami! Da se rešita pred hidro, po nasvetu sestavita par ortogonalnih latinskih kvadratov dimenzije 9×9 . Gabrov je sestavljen iz grških črk, Lazarjev iz latinskih, skupaj pa tvorita grško-latinski kvadrat. Prikaži kakšno od možnih konstrukcij takega kvadrata.