

Pri predavanjih smo omenili particijsko funkcijo Z , ki jo lahko izračunamo če upoštevamo energijo j -tega nivoja E_j za elektrone v atomu ter degeneracijo g_j tega nivoja:

$$Z = g_1 + \sum_{j=2}^{\infty} g_j e^{-(E_j - E_1)/kT}$$

Izračunaj particijsko funkcijo za osnovno stanje vodika pri temperaturi $T = 10.000$ K, pri tem upoštevaj samo prve tri termine.

$$Z = g_1 + g_2 e^{-(E_2 - E_1)/kT} + g_3 e^{-(E_3 - E_1)/kT}$$

Vodik

$$T = 10000 \text{ K}$$

$$E_1 = -13,6 \text{ eV}$$

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \rightarrow \begin{aligned} n=1 \quad E_1 &= -13,6 \text{ eV} \\ n=2 \quad E_2 &= -3,4 \text{ eV} = \frac{E_1}{4} \\ n=3 \quad E_3 &= -1,51 \text{ eV} = \frac{E_1}{9} \end{aligned}$$

$$g_n = 2n^2$$

$$n=1 \quad g_1 = 2$$

$$n=2 \quad g_2 = 2 \cdot 2^2 = 8$$

$$n=3 \quad g_3 = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$\begin{aligned} Z &= g_1 + g_2 e^{-(E_2 - E_1)/kT} + g_3 e^{-(E_3 - E_1)/kT} \\ &= 2 + 8 \cdot e^{-(-3,4 + 13,6) \text{ eV} / kT} + 18 \cdot e^{-(1,51 + 13,6) \text{ eV} / kT} \\ &= 2 + 8 \cdot e^{-10,2 \text{ eV} / kT} + 18 e^{-12,1 \text{ eV} / kT} \end{aligned}$$

$$(kT = 0,8 \text{ eV})$$

$$= 2 + 5,8 \cdot 10^{-5} + 1,45 \cdot 10^{-5} \approx 2$$

V Sončevi fotosferi ($T = 5770 \text{ K}$) je približno 500.000 atomov vodika za vsak atom kalcija. Oцени relativno moč absorpcijskih črt zaradi vodika (Balmerjeve črte) in zaradi kalcija (Ca II H in K). Tlak elektronov je $p_e = 1,5 \text{ N/m}^2$.

- Izračunaj delež atomov vodika, ki so v prvem vzbujenem stanju in lahko proizvede Balmerjeve absorpcijske črte, N_2/N_{tot} . Uporabi $\chi_I = 13,6 \text{ eV}$.
- Izračunaj razmerje med (enkrat) ioniziranimi in neioniziranimi atomi kalcija. Pri tem upoštevaj $\chi_I = 6,11 \text{ eV}$, $Z_I = 1,32$ in $Z_{II} = 2,3$.
- Izračunaj koliko ionov kalcija je v osnovnem stanju in lahko ustvarijo absorpcijske črte Ca II (K črta pri $\lambda = 393,3 \text{ nm}$ in H črta pri $\lambda = 396,8 \text{ nm}$). Za prvo vzbujeno stanje velja $E_2 - E_1 = 3,12 \text{ eV}$ in degeneracija za stanji je $g_1 = 2$ in $g_2 = 4$.
- Izračunaj koliko atomov glede na vse atome kalcija je sposobnih ustvariti H in K absorpcijske črte.
- Oцени kolikokrat močnejše so črte kalcija glede na Balmerjeve črte.

$$T = 5770 \text{ K}$$

$$p_e = 1,5 \text{ N/m}^2$$

$$\left. \frac{N_2}{N_{\text{tot}}} \right|_{\text{Vodik}} = ?$$

ioniz.
vodik $\rightarrow N_{II}$
 $\rightarrow N_I$
neutralni
vodik

Sahaova enačba:

$$\frac{N_{II}}{N_I} = \frac{2 \cdot k \cdot T \cdot Z_{II}}{p_e \cdot Z_I} \left(\frac{2\pi m_e k T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_I/kT}$$

$$Z_{II} = 1, Z_I = 2$$

$$= \frac{1}{13400} = 7,4 \cdot 10^{-5}$$

$$\begin{aligned} \frac{N_2}{N_{\text{tot}}} &= \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2} \right) \cdot \left(\frac{N_I}{N_{\text{tot}}} \right) \\ &= \left(\frac{N_2/N_1}{1 + N_2/N_1} \right) \left(\frac{N_I}{N_I + N_{II}} \right) \\ &= \left(\frac{N_2/N_1}{1 + N_2/N_1} \right) \left(\frac{1}{1 + N_{II}/N_I} \right) \approx 4,96 \cdot 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\chi_I = -13,6 \text{ eV}$$

$$kT \approx 0,5 \text{ eV}$$

Boltzmannova enačba

$$\begin{aligned} \left. \frac{N_2}{N_1} \right|_{HI} &= \frac{g_2 e^{-E_2/kT}}{g_1 e^{-E_1/kT}} = \frac{g_2}{g_1} e^{-(E_2 - E_1)/kT} \\ &= \frac{2 \cdot (2^2)}{2 \cdot (1^2)} e^{-\left(\frac{-13,6 \text{ eV}}{4} + 13,6 \text{ eV} \right) / kT} \end{aligned}$$

$$g_u = 2n^2$$

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

$$= 4,96 \cdot 10^{-9} = \frac{1}{202000000}$$

V Sončevi fotosferi ($T = 5770 \text{ K}$) je približno 500.000 atomov vodika za vsak atom kalcija. Oцени relativno moč absorpcijskih črt zaradi vodika (Balmerjeve črte) in zaradi kalcija (Ca II H in K). Tlak elektronov je $p_e = 1,5 \text{ N/m}^2$. $kT \approx 0,5 \text{ eV}$

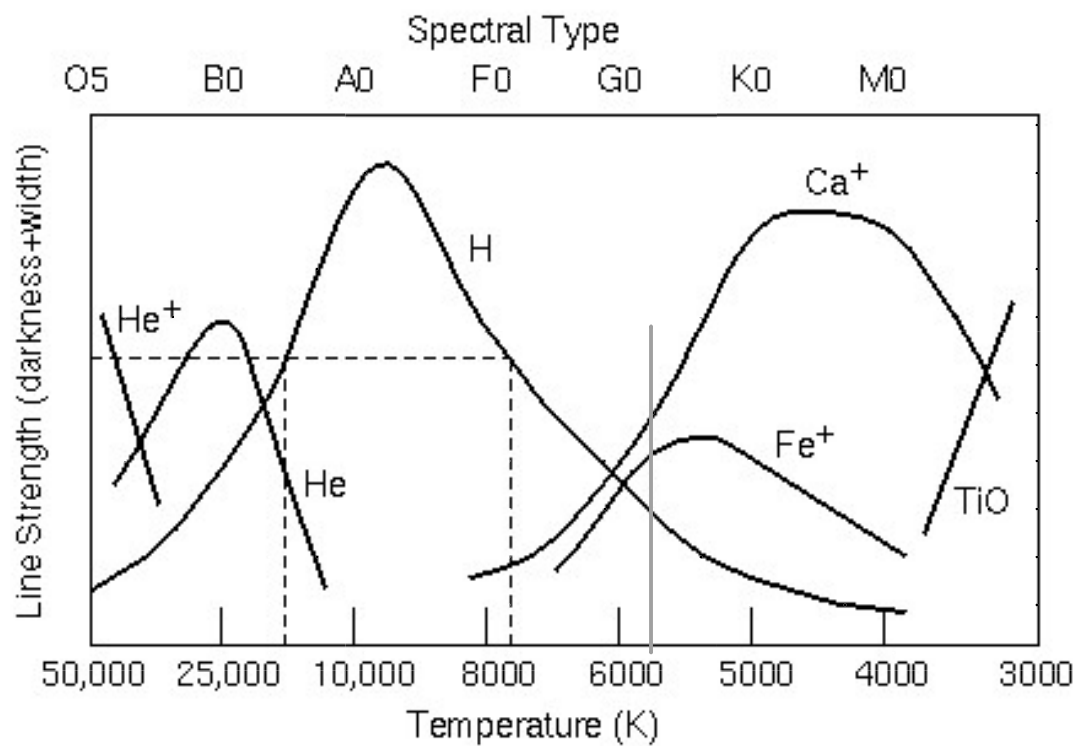
- ✓ (a) Izračunaj delež atomov vodika, ki so v prvem vzbujenem stanju in lahko proizvede Balmerjeve absorpcijske črte, N_2/N_{tot} . Uporabi $\chi_I = 13,6 \text{ eV}$.
- (b) Izračunaj razmerje med (enkrat) ioniziranimi in neioniziranimi atomi kalcija. Pri tem upoštevaj $\chi_I = 6,11 \text{ eV}$, $Z_I = 1,32$ in $Z_{II} = 2,3$.
- (c) Izračunaj koliko ionov kalcija je v osnovnem stanju in lahko ustvarijo absorpcijske črte Ca II (K črta pri $\lambda = 393,3 \text{ nm}$ in H črta pri $\lambda = 396,8 \text{ nm}$). Za prvo vzbujeno stanje velja $E_2 - E_1 = 3,12 \text{ eV}$ in degeneracija za stanji je $g_1 = 2$ in $g_2 = 4$.
- (d) Izračunaj koliko atomov glede na vse atome kalcija je sposobnih ustvariti H in K absorpcijske črte.
- (e) Oцени kolikokrat močnejše so črte kalcija glede na Balmerjeve črte.

$\text{Ca II} \rightarrow \frac{N_{II}}{N_I} \Big|_{\text{Ca}} = \frac{\overset{0,5 \text{ eV}}{2kT} \overset{2,3}{Z_{II}}}{p_e \underset{1,32}{Z_I}} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_I/kT} = \underline{903}$

$\frac{N_2}{N_1} \Big|_{\text{Ca II}} = \frac{g_2}{g_1} e^{-(E_2 - E_1)/kT} = \underline{3,77 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{265}$

$$\begin{aligned} \frac{N_1}{N_{\text{tot}}} \Big|_{\text{Ca II}} &\approx \left(\frac{N_1}{N_1 + N_2} \right)_{\text{Ca II}} \left(\frac{N_{II}}{N_{\text{tot}}} \right)_{\text{Ca}} \\ &= \left(\frac{1}{1 + N_2/N_1} \right)_{\text{Ca II}} \left(\frac{N_{II}}{N_I + N_{II}} \right)_{\text{Ca}} \\ &= \left(\frac{1}{1 + N_2/N_1} \right)_{\text{Ca II}} \left(\frac{N_{II}/N_I}{1 + N_{II}/N_I} \right)_{\text{Ca}} \\ &= \left(\frac{1}{1 + 3,7 \cdot 10^{-3}} \right) \left(\frac{903}{904} \right) = 0,995 \end{aligned}$$

$500000 \cdot 4,96 \cdot 10^{-9} \approx \frac{1}{400}$



Cross-referencing different line strengths narrows the possible temperature range. A given strength for the Hydrogen line could mean two possible temperatures (hot or warm). If Helium line is present, then the choice is the hot temperature. If the ionized Calcium line is present (and Helium not present), then the choice is the warm temperature.

Predpostavimo zvezdno atmosfero iz helija. Izračunaj temperaturo v sredini ionizacijskega območja, kjer je polovica atomov He I ioniziranih. Ionizacijske energije za nevtralni helij in enkrat ioniziran helij so $\chi_I = 24,6 \text{ eV}$ in $\chi_{II} = 54,4 \text{ eV}$. Particijske funkcije so $Z_I = 1$, $Z_{II} = 2$ in $Z_{III} = 1$ (kot bi pričakovali v primeru popolnoma ioniziranih atomov). Uporabi $p_e = 20 \text{ N/m}^2$ za tlak elektronov.

- (a) Izračunaj N_{II}/N_I in N_{III}/N_{II} za temperature 5000, 15000 in 25000 K.
- (b) Izračunaj N_{II}/N_{tot} .
- (c) Kolikšna je temperatura v sredini delnega ionizacijskega območja za He I?