

Predpostavi, da nastanejo zvezde z začetno masno funkcijo $\frac{dN}{dm} \propto m^{-\alpha}$, kjer je $\alpha = 2.35$ in velja za zvezde med 0.5 in 150 Sončevih mas. Od njihove začetne mase m_i bo odvisno njihovo končno stanje. Iz opazovanj sklepamo, da bodo zvezde z začetnimi masami $m_i < 8M_{\odot}$ svoje življenje zaključile kot bele pritlikavke z maso $m_k = 0.5M_{\odot}$, ostale pa kot nevtronske zvezde in črne luknje.

1. Kolikšen delež vseh zvezd bo življenje zaključilo v obliki belih pritlikavk (izračunaj $N_{b.p.}/N_{tot}$)?
2. Kolikšen delež mase belih pritlikavk (glede na skupno začetno maso belih pritlikavk) se bo po 10 milijardah let povrnil v medzvezdni prostor? *Namig: izračunaj kolikšna bo izgubljena masa ($m_i - m_k$) za bele pritlikavke. Pri tem upoštevaj, da je 10 milijard let življenjska doba zvezde ene Sončeve mase!*

1.) $\frac{dN}{dm} = A m^{-2.35}$

$$N_{b.p.} = \int_{0.5M_{\odot}}^{8M_{\odot}} \frac{dN}{dm} dm = A \int_{0.5M_{\odot}}^{8M_{\odot}} m^{-2.35} dm$$

$$N_{tot} = A \int_{0.5M_{\odot}}^{150M_{\odot}} m^{-2.35} dm$$

$$\frac{N_{b.p.}}{N_{tot}} = \frac{\left. \frac{m^{-1.35}}{-1.35} \right|_{0.5M_{\odot}}^{8M_{\odot}}}{\left. \frac{m^{-1.35}}{-1.35} \right|_{0.5M_{\odot}}^{150M_{\odot}}} = 97.7\%$$

$$N = \int \frac{dN}{dm} dm$$

$$M = \int \frac{dN}{dm} m dm$$

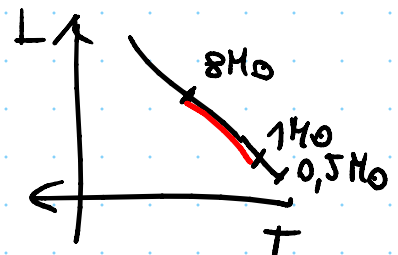
$$L = \int \frac{dN}{dm} l dm$$

$l \propto m^{3.3}$
za glavno vejo

2.) → masa, ki se povrne v medzvezdni prostor po 10 mld let

$$\frac{M}{M_{b.p.}} = \frac{\int_{0.5M_{\odot}}^{8M_{\odot}} \frac{dN}{dm} (m - m_k) dm}{\int_{0.5M_{\odot}}^{8M_{\odot}} \frac{dN}{dm} m dm}$$

$$= \frac{A \int_{0.5}^8 m^{-1.35} dm - A m_k \int_{0.5}^8 m^{-2.35} dm}{A \int_{0.5}^8 m^{-1.35} dm} = 49\%$$



Ko se zaključi jedrsko zlitje vodika v središču zvezd na glavni veji se zvezda skrči in se jedrske reakcije nadaljujejo le v lupini okrog helijevega jedra zvezde. Obstaja mejna vrednost za delež mase zvezde v izotermnem jedru, ki ji pravimo Schönberg- Chandrasekharjeva meja.

1. Tlak na površini izotermnega jedra p_{ic} je

$$p_{ic} = \frac{3}{4\pi R_{ic}^3} \left(\frac{M_{ic} k T_{ic}}{\mu_{ic} m_H} - \frac{GM_{ic}^2}{5R_{ic}} \right)$$

zapiši radij izotermnega jedra za največji možni tlak v odvisnosti od M_{ic} , μ_{ic} in T_{ic} .

2. Zapiši največji tlak za izotermno jedro ($p_{ic,max}$).
3. Oцени tlak ovojnice nad izotermnim jedrom. Iz tlaka, ki ga boš na ta način ocenil/a in tlaka iz prejšnje točke ($p_{ic,max}$) boš lahko zapisal/a Schönberg-Chandrasekharjevo limito in sicer M_{ic}/M v odvisnosti od μ_{env}/μ_{ic} . Upoštevaj, da imata ovojnica in jedro različno sestavo.

$$\frac{dp}{dm} = - \frac{Gm(r)}{4\pi r^4}$$

$$4\pi r^3 \frac{dp}{dm} = - \frac{Gm(r)}{r}$$

$$\frac{dr}{dm} = \frac{1}{\rho 4\pi r^2}$$

$$4\pi r^3 \frac{dp}{dm} = \frac{d(4\pi r^3 p)}{dm} - 12\pi r^2 p \frac{dr}{dm}$$

$$= \frac{d}{dm}(4\pi r^3 p) - \frac{3 \cdot 12\pi r^2 p}{\rho 4\pi r^2}$$

$$= \frac{d}{dm}(4\pi r^3 p) - 3 \frac{p}{\rho}$$

$$\int_0^{M_{ic}} \frac{d}{dm}(4\pi r^3 p) dm - \int_0^{M_{ic}} 3 \frac{p}{\rho} dm = - \int_0^{M_{ic}} \frac{Gm(r)}{r} dm$$

$\rightarrow W_{g,ic}$

$$4\pi R_{ic}^3 p_{ic}$$

$$\int_0^{M_{ic}} 3 \frac{k T_{ic}}{\mu_{ic} m_H} dm = \frac{3 k T_{ic} M_{ic}}{\mu_{ic} m_H} = 3 N k T_{ic}$$

$$= 2 W_{kin,ic}$$

$$4\pi R_{ic}^3 p_{ic} - 2 W_{kin,ic} = W_{g,ic}$$

$$4\pi R_{ic}^3 p_{ic} - 2W_{kin,ic} = W_{g,ic}$$

$$W_{g,ic} \approx -\frac{3}{5} G \frac{M_{ic}^2}{R_{ic}} \quad ; \quad W_{kin,ic} = \frac{3}{2} \frac{M_{ic} k T_{ic}}{\mu_{ic} m_H}$$

$$p_{ic} = \frac{3}{4\pi R_{ic}^3} \left(\frac{M_{ic} k T_{ic}}{\mu_{ic} m_H} - \frac{1}{5} G \frac{M_{ic}^2}{R_{ic}} \right)$$

$$1) \quad \frac{dp_{ic}}{dM} = 0 \rightarrow R_{ic,max} = \frac{2}{5} \frac{G M_{ic} \mu_{ic} m_H}{k T_{ic}}$$

$$\frac{k T_{ic}}{\mu_{ic} m_H} = \frac{1}{5} G \frac{2 M_{ic}}{R_{ic}} \quad \curvearrowright$$

$$p_{ic,max} = p_{ic}(R_{ic,max}) = \frac{375}{64\pi} \frac{1}{G^3 M_{ic}^2} \left(\frac{k T_{ic}}{\mu_{ic} m_H} \right)^4$$

$$P_{env} = + \int \frac{dp}{dM} dM = \int_M^{M_{ic}} - \frac{G M dM}{4\pi r^4} \approx - \frac{G}{8\pi \langle r^4 \rangle} (M_{ic}^2 - M^2)$$

$$P_{env} \sim \frac{G M^2}{4\pi R^4} \quad \left(\langle r^4 \rangle \sim \frac{R^4}{2} \text{ in } M_{ic} \ll M \right)$$