Optimizacijske metode: 2. izpit

4. julij 2011

Čas pisanja je 100 minut. Doseči je možno 100 točk. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Kmet ima 600 arov zemlje, na katero namerava posaditi pšenico, koruzo, ajdo in rž. Na voljo ima 5000 delovnih dni in 63000 EUR kapitala. V spodnji tabeli so podani podatki o količini dela in stroških za pripravo njive ter pričakovanem dobičku na ar za posamezne pridelke.

	delo (dni)	stroški (EUR)	dobiček (EUR)
pšenica	6	100	60
koruza	8	150	100
ajda	10	120	80
rž	7	90	80

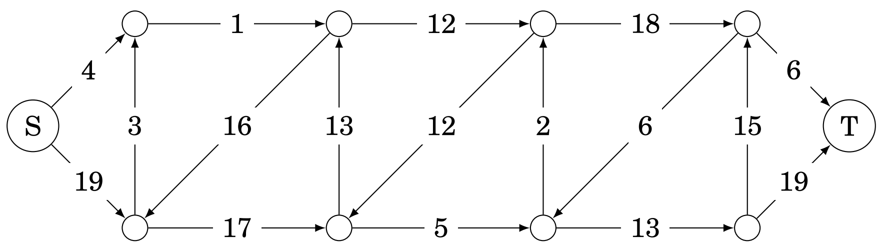
Koliko posameznih poljščin naj posadi, da bo imel čim večji dobiček?

a) Zapišite nalogo v obliki linearnega programa.

b) S pomočjo dualnega dopolnjevanja pokažite, da je za kmeta optimalno, če posadi koruzo na 150 arov, rž na 450 arov, pšenice in ajde pa sploh ne posadi.

2. naloga (25 točk)

a) Poiščite največji pretok in najmanjši prerez od točke S do točke T v naslednjem omrežju:



b) Če bi lahko povečali prepustnost ene same povezave v omrežju, kateri povezavi bi jo povečali in za koliko bi se s tem povečal pretok? Odgovor utemeljite.

3. naloga (25 točk)

Dani sta množica

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2z \le 4,\ x - z \le 3,\ y \ge 0\}$$

in funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, podana s predpisom

$$f(x, y, z) = x^2 - 2xz + 2z^2 - 4x - 4z + y\,.$$

Dokažite, da je f konveksna funkcija in s pomočjo Karush-Kuhn-Tuckerjevih pogojev njen minimum na območju D.

4. naloga (25 točk)

Dokažite, da je množica $K \subseteq \mathbb{R}^n$ konveksna natanko tedaj, kadar velja

$$\{(\alpha + \beta) \cdot x \mid x \in K\} = \{\alpha \cdot x + \beta \cdot y \mid x, y \in K\}$$

za poljubni realni števili $\alpha, \beta \ge 0$.