

Čas pisanja je 100 minut. Svoje odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Naj bo

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + xy + y^2 \leq 3, x^2 + xz + z^2 \leq 3\}$$

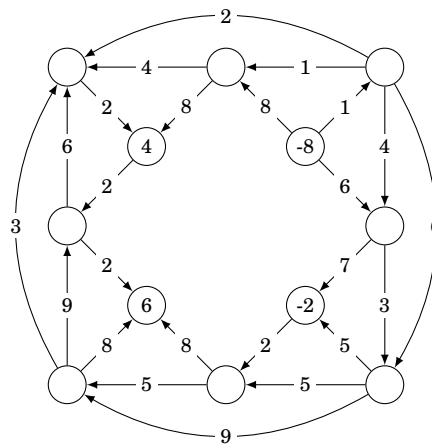
in

$$f(x, y, z) = y$$

- a) Preverite, da je optimizacijska naloga $(D, f, \min)$ konveksna.
- b) Poiščite vse optimalne rešitve zgornje naloge.

2. naloga (25 točk)

Poiščite najcenejši razvoj na spodnjem grafu ter določite njegovo ceno.



3. naloga (25 točk)

V odvisnosti od realnega števila α poiščite najcenejše popolno prirejanje v polnem dvodelnem grafu z naslednjo matriko cen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & \alpha & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

4. naloga (25 točk)

Dani naj bosta konveksna množica $K \subseteq \mathbb{R}^n$ ter funkcija $f: K \rightarrow \mathbb{R}$. Za točki $x, y \in K$ definirajmo funkcijo $\varphi_{x,y}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $\varphi_{x,y}(t) = f(tx + (1-t)y)$.

Dokažite, da je funkcija f konveksna natanko tedaj, ko za vse $x, y \in K$ velja, da je $\varphi_{x,y}$ konveksna funkcija.