

## Optimizacijske metode: 1. kolokvij

17. april 2013

Čas pisanja je 100 minut. Veliko uspeha!

### 1. naloga (30 točk)

Vili Pesnik sklada balade, sonete in pesnitve. Za vsak sonet potrebuje tri dni, za vsako balado en teden, za vsako pesnitev pa tri tedne časa. Poleg tega za navdih pri vsakem sonetu potrebuje en srečen in tri nesrečne dogodke, pri baladi pet nesrečnih dogodkov, pri pesnitvi pa tri srečne in osem nesrečnih dogodkov. Srečnih dogodkov v Vilijevem življenju je bilo 13, nesrečnih pa 60.

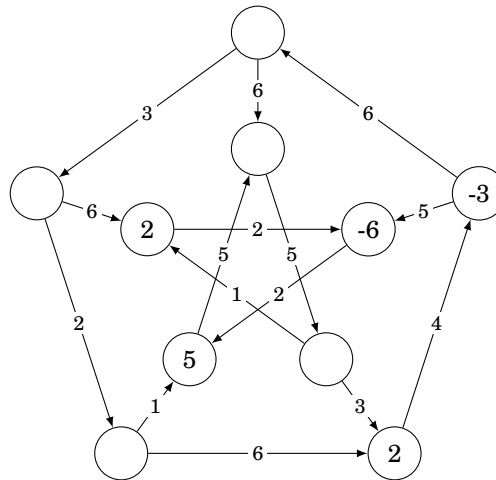
S svojimi pesmimi mora Vili v 60 dneh napolniti pesniško zbirko. Katere pesmi naj napiše, da bo v zbirki čimveč kitic, pri čemer ima vsak sonet štiri, vsaka balada pet in vsaka pesnitev dvajset kitic?

a) Vilijev problem zapišite v obliki linearnega programa.

b) Dokazite, da bo Vili napisal največ kitic, če bo sestavil 13 sonetov in tri balade.

### 2. naloga (25 točk)

Poiščite najcenejši razvoz na spodnjem grafu ter določite njegovo ceno.



### 3. naloga (25 točk)

Alkimist Paolo zna s svojim mogočnim znanjem pretapljati kovine iz ene v drugo. Vse transmutacije, ki jih je sposoben, so zapisane v sledeči tabeli, pri čemer so po vrsticah zapisane izvirne kovine, po stolpcih ciljne kovine, v tabeli pa je zapisana količina žvepla (v funtih), potrebna za transmutacijo ene unče elementa.

|             | železo | nikelj | cink | svinec | srebro | živo srebro | zlato |
|-------------|--------|--------|------|--------|--------|-------------|-------|
| železo      | /      | 1      | /    | /      | 5      | /           | /     |
| nikelj      | 1      | /      | 1    | /      | 7      | /           | /     |
| cink        | /      | 1      | /    | 1      | /      | /           | /     |
| svinec      | /      | /      | 1    | /      | /      | /           | /     |
| srebro      | /      | /      | /    | /      | /      | 5           | /     |
| živo srebro | /      | /      | /    | /      | 5      | /           | 5     |
| zlato       | /      | /      | 7    | 5      | /      | 5           | /     |

Na primer, če želi Paolo unčo železa spremeniti v srebro, potrebuje pet funtov žvepla, obratne pretvorbe pa neposredno ne zna narediti.

Napišite recepturo, ki naj ji sledi Paolo, da bo iz štirih unč niklja in treh unč zlata dobil dve unči srebra in pet unč železa ter pri tem porabil čim manj žvepla.

### 4. naloga (20 točk)

Dana naj bosta antisimetrična matrika  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  (torej  $A^T = -A$ ) ter vektor  $b \in \mathbb{R}^n$ . Dokažite, da je sledeči linearni problem omejen:

$$\begin{aligned} \min \quad & b^T x \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$