

Optimizacijske metode: 2. kolokvij

3. junij 2019

Čas pisanja je 90 minut. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Dan je dvodelen graf s cenami povezav v spodnji matriki:

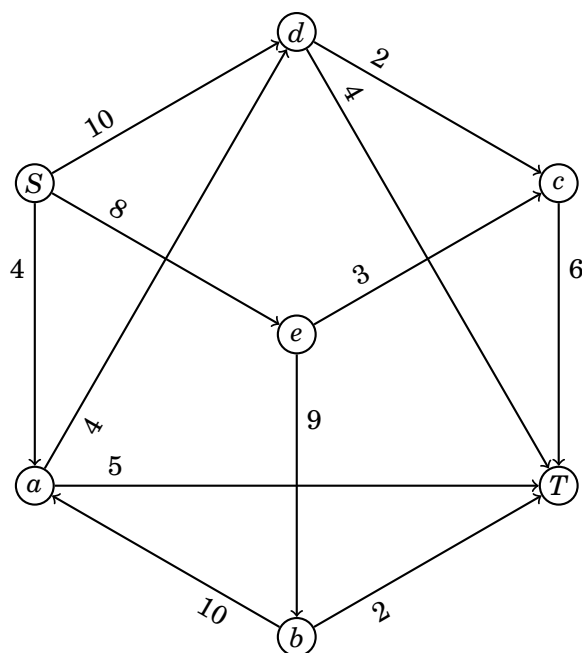
$$\begin{bmatrix} 12 & 2 & 11 & 10 & 12 \\ 12 & 2 & 11 & 4 & 10 \\ 6 & 4 & 10 & 4 & 4 \\ 10 & 9 & 4 & 7 & 4 \\ 7 & 11 & 2 & 7 & 11 \end{bmatrix}$$

a) (15 točk) V danem grafu poišči najdražje popolno prirejanje.

b) (10 točk) Gregor izbere število $a > 0$, Janoš pa določi eno izmed števil v zgornji matriki in ga poveča za a . Katero je najmanjše število a , ki ga izbere Gregor, da se bo cena najdražjega prirejanja iz originalne matrike zagotovo spremenila, ne glede na to, katero število bo izbral Janoš?

2. naloga (25 točk)

Poišči maksimalen pretok od vozlišča S do vozlišča T na spodnjem grafu ter ustrezni minimalen prerez (zapiši povezave v minimalnem prerezu – če je v njem povezava od vozlišča b do vozlišča a , to zapiši kot ba).



3. naloga (25 točk)

Definiramo operacijo na množicah

$$A \Delta B = \left\{ tx + (1-t)y \mid x \in A, y \in B, t \in \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right] \right\}.$$

a) (15 točk) Naj bosta A in B konveksni množici. Dokaži, da je tudi $A \Delta B$ konveksna množica.

b) (10 točk) Naj bo $A = [0, 2] \times \{0\}$ in $B = \{4\} \times [0, 3]$. Določi množico $A \Delta B$.

4. naloga (25 točk)

Poišči optimalno rešitev problema vezanih ekstremov z neenačbami

$$\min \quad x^2 + xy^2$$

$$x - y^2 \geq 1$$

$$x - y \geq 7 .$$

Prepričaj se tudi, ali so izpolnjeni pogoji za optimalnost najdene rešitve.